# Prediktivno modeliranje godišnjih stopa nataliteta i mortaliteta u Republici Hrvatskoj na temelju demografskih i ekonomskih varijabli

**Ivanić, Valentina**

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA**

ZAVRŠNI RAD br. 1349

# PREDIKTIVNO MODELIRANJE GODIŠNJIH STOPA NATALITETA I MORTALITETA U REPUBLICI HRVATSKOJ NA TEMELJU DEMOGRAFSKIH I EKONOMSKIH VARIJABLI

Valentina Ivanić

Zagreb, lipanj 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA**

ZAVRŠNI RAD br. 1349

# PREDIKTIVNO MODELIRANJE GODIŠNJIH STOPA NATALITETA I MORTALITETA U REPUBLICI HRVATSKOJ NA TEMELJU DEMOGRAFSKIH I EKONOMSKIH VARIJABLI

Valentina Ivanić

Zagreb, lipanj 2024.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA**

Zagreb, 4. ožujka 2024.

# ZAVRŠNI ZADATAK br. 1349

| | |
|---|---|
| Pristupnica: | **Valentina Ivanić (0036538614)** |
| Studij: | Elektrotehnika i informacijska tehnologija i Računarstvo |
| Modul: | Računarstvo |
| Mentor: | izv. prof. dr. sc. Siniša Popović |

Zadatak: **Prediktivno modeliranje godišnjih stopa nataliteta i mortaliteta u Republici Hrvatskoj na temelju demografskih i ekonomskih varijabli**

Opis zadatka:

Proučiti izabranu literaturu o primjenama suvremenih metoda strojnog učenja u predviđanju demografskih varijabli kao što su natalitet, fertilitet, mortalitet, broj stanovnika itd. Na temelju javno dostupnih izvora, prikupiti podatkovni skup koji sadrži stope nataliteta i mortaliteta u Republici Hrvatskoj po godinama, kao i podatke o nizu potencijalno relevantnih demografskih i ekonomskih prediktorskih varijabli. Definirati arhitekturu i metodologiju treninga za nekoliko izabranih modela strojnog učenja u svrhu predviđanja stopa nataliteta i mortaliteta na temelju predloženih prediktorskih varijabli. Eksploratornim i statističkim analizama utvrditi koje prediktorske varijable predstavljaju najsnažnije pojedinačne indikatore stopa nataliteta i mortaliteta. Provesti usporedno vrednovanje naučenih modela primjenom uobičajenih evaluacijskih metrika za regresijske modele strojnog učenja. Analizom interpretabilnosti modela odrediti koji prediktori utječu a koji ne utječu na stope nataliteta i mortaliteta te usporediti dobivene zaključke s rezultatima eksploratornih i statističkih analiza.

Rok za predaju rada: 14. lipnja 2024.

## Sadržaj

# Uvod

Natalitet i mortalitet  jedni su od ključnih demografskih pokazatelja trenutnog stanja u državi, ali isto tako i jedan od mogućih pokazatelja budućeg razvitka države. Stoga kvalitetne procjene te predikcije istih mogu uvelike pomoći pri donošenju odluka unutar populacijskih politika, ali i u izgradnji sustava poput obrazovnog, zdravstvenog i mirovinskog.

Razumijevanje pozitivnih te negativnih utjecaja drugih demografskih i ekonomskih varijabli na stope nataliteta i mortaliteta omogućuje nam uvid u promjene koje bi mogle pomoći uspjehu populacijskih politika i napretku države.

Ovo je od posebne važnosti Republici Hrvatskoj kao državi koja se suočava sa niskim natalitetom, visokim mortalitetom te starenjem populacije. Cilj ovog rada je odrediti koje varijable utječu na takve demografske trendove izgradnjom prediktivnih modela.

Postoje već poznati matematički modeli koji se koriste za predikcije populacijskih varijabli poput modela eksponencijalnog i logističkog rasta, Lesliejeve matrice i Gompertzovog modela. No takvi modeli mogu biti ograničeni pri velikim skupovima podataka te pronalasku nelinearnih odnosa između značajki.

Posljednjih godina upotreba strojnog učenja za izvlačenje znanja iz podataka te rješavanje složenih analitičkih problema sve je raširenija. Također modeli strojnog učenja u mogućnosti su analizirati velike količine podataka i prepoznati složenije odnose.

Upravo takvi prediktivni modeli su fokus ovog rada, u svrhu shvaćanja utjecaja pojedinih demografskih i ekonomskih značajki na stope nataliteta i mortaliteta u Republici Hrvatskoj te predviđanja budućih trendova.

# 1. Osvrt na relevantnu literaturu

Budući da su stope nataliteta i mortaliteta jedne od ključnih demografskih značajki svake države, postoje brojni radovi o uzrocima određenih postojećih trendova te predikcijama novih.

Model Lee-Carter (Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting* jedan je od najpoznatijih modela za dugoročne prognoze smrtnosti. Zasnovan je na statističkim metodama vremenskih serija te se prilagođava povijesnim podatcima. Mnogi radovi zasnovani su upravo na tom modelu. Dodavanjem BDP-a kao varijable, model pruža bolje prilagodbe i bolje interpretativne prognoze (G.Niu, B.MelenBerg 2014.). Noviji modeli grade se na što širem spektru ekonomskih, okolišnih i životnih čimbenika kako bi pružili veću točnost te otkrili moguće zavisnosti. Takvi modeli superiorniji su od Lee-Carterovog modela te za pojedine države mogu pružiti točnija predviđanja od Niu-Melenbergovog modela (Matteo Dimai, 2023.).

Stope nataliteta često se povezuju sa ekonomskim čimbenicima i razvojem države. Viši prihodi mogu doprinijeti značajno nižem natalitetu, što znači da mogući ekonomski razvoj države negativno utječe na stope nataliteta (Nick Turner, Kendra Robbins , 2022.). Jedna od poznatijih metoda za analizu sklapanja brakova je metoda Coale-McNeil (A. J. Coale, D. R. McNeil, 1972.). Takva metoda može pomoći u predviđanju nataliteta i fertiliteta pošto su usko povezani sa stopama novih brakova.

Posljednjih godina, dominiraju prediktivni modeli temeljeni na strojnom učenju. Modeli linearne regresije te umjetne neuronske mreže u mogućnosti su predvidjeti ponašanja fertiliteta te pružiti znanstvenu osnovu za upravljanje urbanom populacijom (Xiaoxia Zhu, Zhixin Zhu, Lanfang Gu, Liang Chen, Yancen Zhan, Xiuyang Li, Cheng Huang, Jiangang Xu, Jie Li ). Za procjene populacije u odsutnosti potpunog i/ili nedavnog popisa stanovništva, može se koristiti Bayesov model koji pruža pouzdane procjene nesigurnosti za podršku informiranim odlukama (Douglas R.Leasure, Warren C.Jochem, Eric M.Weber, Andrew J.Tatem , 2020.). Algoritmi strojnog učenja, posebice ansambl (eng. ensemble)

regresijski modeli poput Extreme Gradient Boosting i CatBoost modela, poboljšavaju predviđanja analiziranjem neizvjesnosti na demografskim podatcima te smanjivanjem faktora koji otežavaju predviđanje. Algoritmi strojnog učenja pokazuju zadovoljavajuće rezultate, iako najbolje performanse pružaju na velikim skupovima podataka, što nije moguće kod predviđanja demografskih čimbenika jer smo ograničeni na male vremenske raspone (Fatih Veli Şahinarslan, Ahmet Tezcan Tekin, Ferhan Çebi , 2021.)

# 2. Metodologija

## 2.1. Prikupljanje podataka

Podatci korišteni u ovom radu nabavljeni su iz različitih izvora. Podatci o broju stanovništva, vjenčanih, rođenih i umrlih te harmonizirani indeks potrošačkih cijena prikupljeni su iz baze podataka Eurostata. Većina ostalih demografskih pokazatelja poput očekivanog trajanja života, neto migracija, stanovništva ruralnog, odnosno urbanog područja, stanovništva u najvećem gradu, broj stanovništva u određenom dobnom rasponu, odnosi ovisnosti o dobi, stope smrtnosti i rodnosti na 1000 ljudi, te ekonomskih pokazatelja tečaja valute, tržišne kapitalizacije dionica u odnosu na BDP i indeksa potrošačkih cijena, pribavljeni su iz baze podataka WorldBanka. Podatci o nezaposlenosti, inflaciji, uvozu, izvozu i proizvodnji preuzeti su sa stranice Macrotrends. Indeksi neto plaća te indeksi pouzdanja, očekivanja i raspoloženja potrošača su preuzeti sa stranice HNB-a. Podatci o BDP-u preuzeti su iz baze podataka Maddison projekta.

## 2.2. Opis podatkovnog skupa

Većina prikupljenih podataka je na godišnjoj razini. Mjesečni podatci, kao što su indeksi plaća, indeksi pouzdanja, očekivanja i raspoloženja potrošača, te harmonizirani indeks potrošačkih cijena, preračunati su u godišnje vrijednosti kao prosjek mjesečnih podataka za svaku godinu.

Podatci su dostupni i korišteni u različitim vremenskim razdobljima.

- Podatci korišteni u razdoblju od 1960. do 2021. godine: broj ukupnog stanovništva, broj rođenih i stope rodnosti, broj umrlih i stope smrtnosti, stanovništvo urbanog i ruralnog područja, očekivano trajanje života, stanovništva u određenim dobnim rasponima, stanovništvo najvećeg grada, neto migracije, bruto domaći proizvod
- Podatci korišteni u razdoblju od 1986. do 2021. godine: indeksi potrošačkih cijena, tečaj valute, stopa inflacije

Ciljne varijable za koje se rade predikcije su ukupan broj rođenih te stope rodnosti, odnosno ukupan broj umrlih te stope umrlih po godini.

Tablica 2.1 prikazuje varijable koje će se koristiti u nastavku rada kao prediktorske varijable za modele strojnog učenja. Budući da se iz varijabli „ukupno stanovništvo“ i „stope rodnosti“ direktno može izračunati „broj rođenih“, takve kombinacije nisu korištene u modelima. Isto vrijedi i za varijable „ukupno stanovništvo“ te „stope umrlih“.

Tablica 2.1 Popis varijabli

| **Naziv** | **Opis varijable** |
|---|---|
| Godina (eng. *year*) | Kalendarska godina na koju se podatci odnose |
| Ukupno stanovništvo (eng. *Population, total*) | Broj ukupnog stanovništva Republike Hrvatske |
| Stope rodnosti (eng. *Birth rate*) | Stope rodnosti, broj rođenih na 1000 ljudi |
| Stope umrlih (eng. *Death rate*) | Stope smrtnosti, broj umrlih na 1000 ljudi |
| CPI(sezonski) (eng. CPI seasonal) | Indeks potrošačkih cijena, sezonski prilagođena |
| CPI | Indeks potrošačkih cijena, nije sezonski prilagođen |
| Urbano stanovništvo (eng. Urban population) | Ukupni broj stanovništva urbanog područja |
| % urbanog stanovništva | Postotak urbanog stanovništva u odnosu na ukupno stanovništvo |
| Ruralno stanovništvo (eng. Rural population) | Ukupni broj stanovništva ruralnog područja |
| % ruralnog stanovništva | Postotak ruralnog stanovništva u odnosu na ukupno stanovništvo |
| Godišnji rast/promjena značajke X (eng. *annual growth/change*) | Prikazuje godišnji rast/promjenu neke značajke X u postotcima u odnosu na prijašnju godinu(npr. ruralnog stanovništva, inflacije…) |

| | |
|---|---|
| Preživljavanje do 65. godine, muškarci/žene (eng. *Survival to age 65, male/female*) | Preživljavanje do 65. godine života kao postotak od kohorte novorođenčadi koja bi doživjela 65. godinu života, ako bi bila podvrgnuta stopama smrtnosti prema dobi za određenu godinu |
| Očekivano trajanje života (eng. Life expectancy) | Očekivano trajanje života u godinama |
| Omjer ovisnost o dobi, stari/mladi (eng. *Age dependency ratio, old/young*) | Odnos starije/mlađe populacije u odnosu na radno sposobnu populaciju |
| Stanovništvo(A-B) (eng. Population ages A-B) | Postotak stanovništva u dobnom rasponu od A do B u odnosu na ukupno stanovništvo |
| X stanovništvo(A-B) | Postotak X stanovništva u dobnom rasponu od A do B u odnosu na ukupno X stanovništvo, X = {muškog (eng. *male*), ženskog (eng. *female*)} |
| Stanovništvo najvećeg grada (eng. *Population in largest city*) | Postotak stanovništva u najvećem gradu u odnosu na urbano stanovništvo |
| Neto migracije (eng. Neto migration) | Neto migracije, negativan ako je broj iseljenih veći od useljenih |
| BDP (eng. *GDP – Gross Domestic Product*) | Bruto domaći proizvod po stanovniku, u odnosu na cijene 2011. godine (eng. *GDP per capita, 2011 prices*) |
| Tečaj valute (eng. *Exchange rate*) | Tečaj nove lokalne valute prema američkom dolaru, proširen unatrag, prosječna vrijednost razdoblja |
| Stopa inflacije (eng. *Inflation rate*) | Stope inflacije u postotcima |
| Stope nezaposlenih (eng. *Unemployment rate*) | Postotak nezaposlenih u odnosu na ukupno aktivno stanovništvo |
| Apsolutni uvoz (eng. *Imports-Billions of US $*) | Vrijednost uvoza izraženu u milijardama američkih dolara |
| Uvoz u % (eng. *% of GDP - Imports*) | Postotak BDP-a koji predstavlja uvoz |

| | |
|---|---|
| Apsolutni izvoz (eng. *Exports-Billions of US $*) | Vrijednost izvoza izraženu u milijardama američkih dolara |
| Izvoz u % (eng. *% of GDP - Exports*) | Postotak BDP-a koji predstavlja izvoz |
| Proizvodnja u % (eng. *% of GDP - Manufacturing*) | Postotak BDP-a koji predstavlja proizvodnju |

## 2.3. Analiza podataka

Analiza podataka uključivala je provjeru korelacija na standardiziranim podatcima između različitih varijabli.

Korelacija se mjeri koeficijentom korelacije, koji se definira kao statistička mjera snage linearne povezanosti između dviju varijabli. Koeficijent korelacije je definiran u području od -1 do 1. Negativan iznos predstavlja negativnu, odnosno inverznu korelaciju između varijabli. Tada su te dvije varijable obrnuto proporcionalne, kada jedna raste, druga pada. Pozitivan iznos predstavlja pozitivnu korelaciju između varijabli. Tada su varijable proporcionalne te kada jedna raste, raste i druga. Apsolutne vrijednosti tih iznosa bliže nuli predstavljaju manji stupanj linearne povezanosti, dok apsolutni iznosi bliži 1 predstavljaju jači stupanj linearne povezanosti. Korelacijski koeficijent iznosa 0 znači da nema linearne povezanosti, iznos -1 znači savršenu negativnu, a 1 savršenu pozitivnu povezanost.

Detaljno opisan postupak analize te rezultati nalaze se u 3. poglavlju, „Rezultati korelacijskih analiza i primijenjenih modela strojnog učenja

## 2.4. Modeli

Cilj ovog rada je izrada prediktivnog modela za predviđanje nataliteta i mortaliteta. U ovom potpoglavlju predstavljeni su svi korišteni modeli, objašnjen je njihov princip rada i arhitektura.

Svi modeli su učeni u nadziranom okruženju, odnosno za svaki ulazni skup podataka za učenje poznate su izlazne vrijednosti ciljne varijable. Svi podatci su numeričkog tipa te nije

bila potrebna klasifikacija. Izlaz se sastoji od jedne ciljne varijable. Modeli su pisani u programskom jeziku python.

Vrednovanje naučenih modela provođeno je primjenom sljedećih evaluacijskih metrika:

- Srednja apsolutna pogreška (eng. *Mean Absolute Error*, MAE) – prosjek apsolutnih pogrešaka između stvarnih vrijednosti i predikcija
- Srednja kvadratna pogreška (eng. *Mean Squared Error*, MSE) – prosjek kvadrata pogrešaka između predviđenih i stvarnih vrijednosti
- Korijen srednje kvadratne pogreške (eng. *Root Mean Squared Error*, RMSE) – korijen kvadrata srednje kvadratne pogreške, slično kao MAE, ali više kažnjava veće pogreške
- Srednja apsolutna postotna pogreška (eng. *Mean Absolute Percentage Error*, MAPE) – prosječna apsolutna pogreška kao postotak stvarnih vrijednosti, mjeri koliko su predikcije u prosjeku odstupale od stvarnih vrijednosti,

Manje vrijednosti MAE, MSE, RMSE i MAPE znače bolje procjene te točniji model. Ne postoje točno određeni iznosi za koje bi značilo da je model dobar te vrijednosti MAE, MSE i RMSE uvelike ovise o podatcima. Naprimjer kod podataka koji su u milijunima MAE od nekoliko stotina može biti zanemariva pogreška, no kod podataka koji su u stotinama, pogreške od stotinu zapravo znače da model ima iznimno visok stupanj netočnosti. Vrijednosti do 10% za MAPE se generalno smatraju zadovoljavajućima. Važno je napomenuti da se nijedna od ovih mjera ne može samostalno smatrati dovoljnom za potpunu procjenu modela te zadovoljavajući rasponi mjera ovise o podatcima, domeni te zahtjevima točnosti.

Važan pojam u strojnom učenju koji će se spominjati u analizi modela je prenaučenost (eng. *overfitting*). Do prenaučenosti dolazi kada se model uči na šumovima i/ili nepotrebnim podatcima te ostvaruje odlične performanse na podatcima za učenje, ali na novim neviđenim podatcima ima loše performanse. Prenaučenost će se provjeravati usporedbom performansi na podatcima za učenje i podatcima za testiranje te analizom krivulje učenja (eng *learning curve*) tijekom iteracija modela.

Odabir značajki temelji se na rezultatima korelacija. Modeli su isprva izgrađeni na 10 varijabli s najvećom korelacijom s ciljnom varijablom, a potom su postupno dodavane i uklanjane varijable na temelju performansi modela.

### 2.4.1. Linearna regresija

Linearna regresija je algoritam koji pruža linearnu ovisnost između varijabli kako bi predvidjeli buduće trendove. Koristi se kao statistička metoda u znanosti o podacima te strojnom učenju. Linearna regresija se koristi kada je izlaz neka kontinuirana ili brojčana vrijednost.

Linearna regresija pokušava izračunati izlaznu varijablu kao linearnu kombinaciju ulaznih varijabli. Stoga učenje linearne regresije se svodi na utvrđivanje koeficijenata linearne jednadžbe iz koje dobivamo izlaze (Spiceworks, *What is Linear Regression? Types, Equation, Examples, and Best Practices for 2022* ).

Izrazom (1) predstavljena je opća jednadžba linearne regresije, gdje je $y$ ciljna varijabla, $\beta_0$ presjek odnosno konstanta vrijednost, $\beta_r$ koeficijent uz prikladnu ulaznu varijablu $x_r$ te $\varepsilon$ pogreška, odnosno dio izlazne varijable koji nije objašnjen linearnom kombinacijom ulaznih varijabli.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_r x_r + \varepsilon \tag{1}$$

### 2.4.2. Eksponencijalno izglađivanje i Holtova metoda

Eksponencijalno izglađivanje (eng. *Exponential smoothing*) je metoda za predviđanje vremenskih serija koja eksponencijalno smanjuje važnost starijih podataka, odnosno podatci bliži trenutnom imaju veću težinu. Ova metoda također "izglađuje" podatke kako bi smanjila šum (odstupanja i krive podatke) te otkrila osnovni trend u vremenskim serijama. Postoje tri vrste eksponencijalnog izglađivanja: jednostavno, dvostruko te trostruko. Jednostruko eksponencijalno zaglađivanje pretpostavlja da ne postoji nikakav trend. Dvostruko eksponencijalno zaglađivanje, još poznato kao Holtovo linearno eksponencijalno zaglađivanje, odnosno Holtova metoda koristi dva parametra za izglađivanje. Holtova metoda se koristi kod podataka koji imaju trend. Trostruko eksponencijalno zaglađivanje se još naziva i Holt-Winters metoda. Ono koristi tri parametra za izglađivanje te pomaže u uočavanju sezonskih trendova (Influxdata, *Exponential Smoothing: A Beginner's Guide to Getting Started* 2023. ). U ovom radu je korišten model Holt-Winters sa aditivnim trendom, odnosno trend komponenta se dodaje trenutnoj razini. U nastavku su formule za takav model.

Izraz (2) predstavlja ukupnu jednadžbu koja kombinira sve tri komponente modela. Varijabla $y_{t+h}$ predstavlja predviđenu vrijednost za $h$ koraka unaprijed, $l_t$ je razina u trenutku $t$, $b_t$ predstavlja trend komponentu, a $s_{t+h-m}$ komponentu za sezonski trend gdje je $m$ broj perioda u sezoni.

$$y_{t+h} = l_t + hb_t + s_{t+h-m} \tag{2}$$

Izraz (3) predstavlja jednadžbu razine, gdje je $\alpha$ parametar zaglađivanja.

$$\mathrm{l_t} = \alpha(\mathrm{y_t} - \mathrm{s_{t-m}}) + (1 - \alpha)(\mathrm{l_{t-1}} + \mathrm{b_{t-1}}) \tag{3}$$

Jednadžba trenda prikazana je u izrazu (4). Varijabla β predstavlja parametar zaglađivanja za trend.

$$\mathrm{b_t} = \beta(\mathrm{l_t} - \mathrm{l_{t-1}}) + (1 - \beta)\mathrm{b_{t-1}} \tag{4}$$

Izraz (5) predstavlja jednadžbu za sezonski trend gdje γ predstavlja parametar zaglađivanja specifičan za sezonski trend.

$$\mathrm{s_t} = \gamma(\mathrm{y_t} - \mathrm{l_{t-1}} - \mathrm{b_{t-1}}) + (1 - \gamma)\mathrm{s_{t-m}} \tag{5}$$

### 2.4.3. ARIMAX

ARIMA je akronim za autoregresivni integrirani pokretni prosjek (eng. *Autoregressive Integrated Moving Average*). Model ARIMA je jedan od najčešće korištenih modela za predviđanje vremenskih serija. Autoregresivni znači da model koristi prethodne podatke za predviđanje budućih vrijednosti. Integrirani dio predstavlja broj diferenciranja, potreban da bi vremenska serija bila stacionarna. Stacionarne vremenske serije imaju konstantnu srednju vrijednost, varijancu i kovarijancu kroz vrijeme, što omogućava lakše predviđanje uzoraka. Posljednji dio modela je pokretni prosjek koji koristi prijašnje greške modela kao jednu od informacija za točnije predviđanje. Svaki od ovih dijelova ARIMA modela ima svoj parametar. Parametar p mjeri korelaciju između trenutne vrijednosti vremenske serije i prijašnjih podataka vremenske serije te pripada autoregresivnom dijelu modela. Parametar d predstavlja integrirani dio, odnosno broj diferenciranja. Parametar q mjeri korelaciju između trenutne vrijednosti vremenske serije i podataka o greškama na prijašnjim predviđanjima te

predstavlja pokretni prosjek. ARIMAX proširuje ARIMA model dodavanjem egzogenih varijabli, odnosno omogućuje nam izradu modela upotrebljavajući više varijabli kao dodatne faktore u predviđanju novih vrijednosti vremenske serije (ZeroToMastery, *ARIMA, SARIMA, and SARIMAX Explained* ).

Izraz (6) predstavlja opću formulu za ARIMAX model. Varijabla $P_t$ predstavlja vrijednost ciljne varijable u vremenu *t*, varijabla *c* označava osnovnu razinu odnosno konstantni član. Varijabla $\beta$ je koeficijent uz egzogenu/vanjsku varijablu *X* te nam govori koliko se ciljna varijabla mijenja za svaku jedinicu promjene u *X*. Izraz $\phi_1 \Delta P_{t-1}$ predstavlja autoregresivnu komponentu modela, gdje je $\phi_1$ koeficijent povezan s prošlom vrijednošću ciljne varijable. Komponentu pokretnog prosjeka modela predstavlja izraz $\theta_1 \varepsilon_{t-1}$, gdje je $\theta_1$ koeficijent povezan s prošlom vrijednošću greške. Varijabla $\varepsilon_t$ predstavlja grešku u vremenu *t*.

$$P_t = c + \beta X + \phi_1 \Delta P_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \tag{6}$$

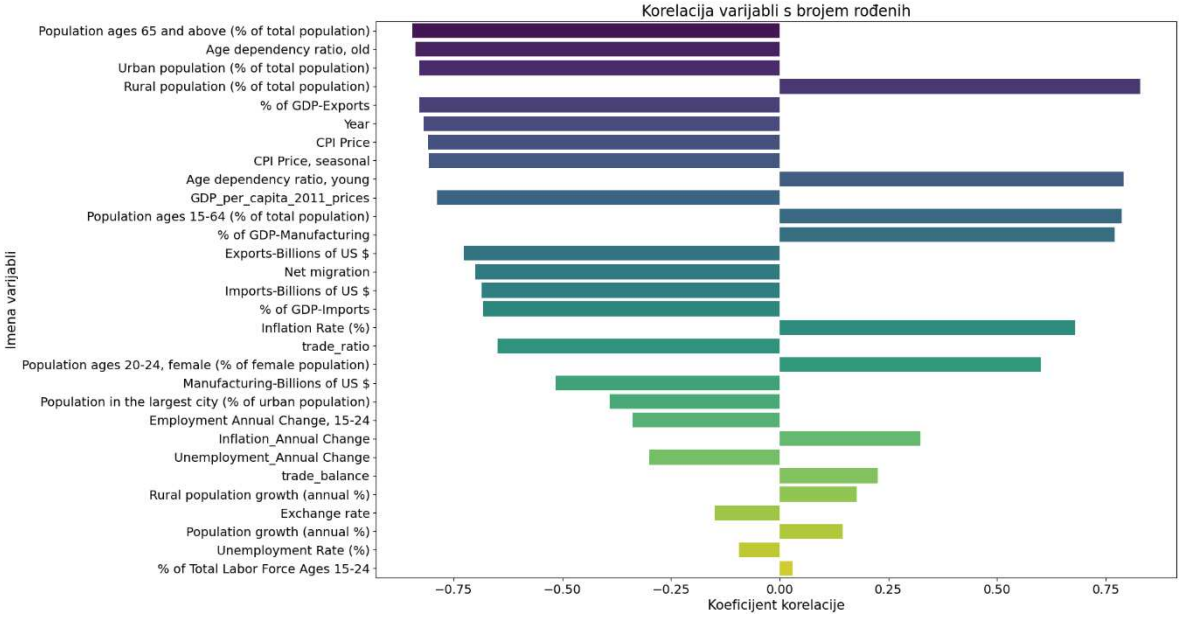
### 2.4.4. Extreme gradient boosting

Extreme Gradient Boosting (XGBoosting) algoritam je strojnog učenja koji radi na temelju stabala odluke s pojačavanjem gradijenta. „Gradient boosting“ stabla koriste tehniku „boostinga“ za izgradnju modela, odnosno kombiniraju više jednostavnih modela nazivanih „slabi učenici“ (eng. weak lerners) kako bi se stvorio bolji, precizniji model. Algoritam započinje treniranjem jednostavnog modela. Pogreške tog modela koriste se u funkciji gubitka za izgradnju sljedećeg modela koji pokušava ispraviti pogreške trenutnog. Novi model se kombinira sa početnim kako bi poboljšao njegove predikcije. Ti koraci se ponavljaju zadani broj puta. Jedno od glavnih svojstava ovog algoritma je sprečavanje prenaučenosti. To omogućuje funkcija cilja, koja se sastoji od gore navedene funkcije gubitka te funkcije regularizacije koja kontrolira složenost modela. XGBoosting ima široku uporabu jer je u mogućnosti raditi s velikim skupovima podataka te se može koristiti i u problemima klasifikacije i u problemima regresije (Simplilearn, *What is XGBoost? An Introduction to XGBoost Algorithm in Machine Learning* ).

# 3. Rezultati korelacijskih analiza i primijenjenih modela strojnog učenja

## 3.1. Korelacije značajki s brojem rođenih

Izračunom korelacija između broja rođenih sa svakom od ostalih varijabli dobiven je sljedeći graf (Slika 3.1).




Slika 3.1 Graf korelacije varijabli s brojem rođenih

Na x-osi su prikazani koeficijenti korelacije, a na y-osi imena varijabli.

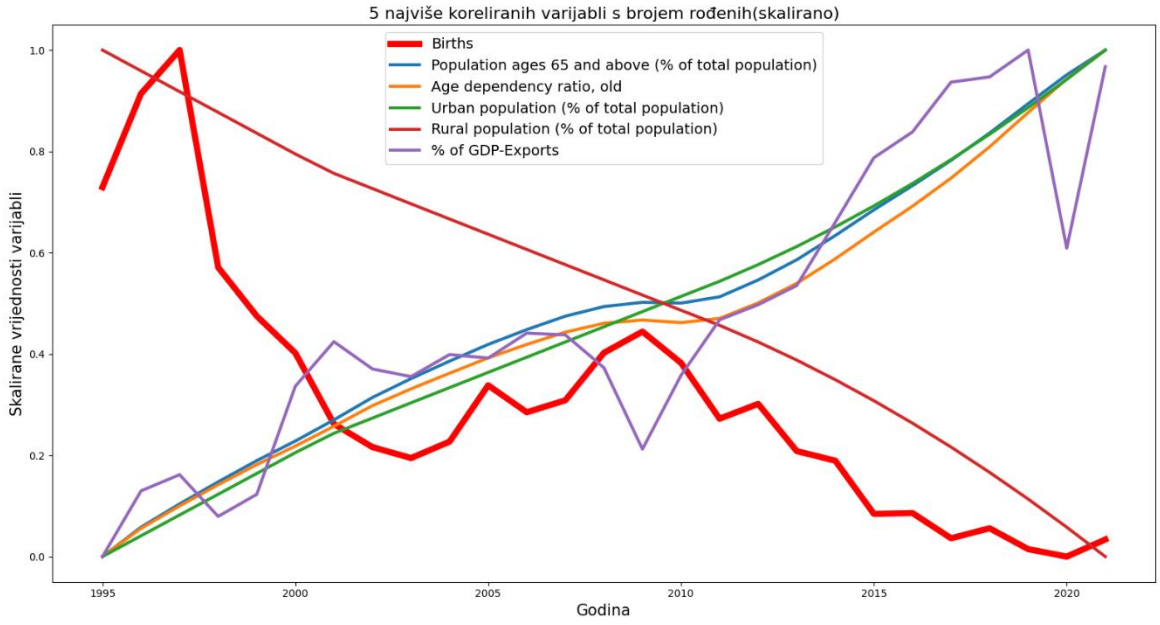
Sa grafa možemo iščitati neke očekivane odnose:

- udio starog stanovništva negativno koreliran s brojem rođenih te udio mlađeg stanovništva pozitivno koreliran s brojem rođenih
- udio urbanog stanovništva negativno koreliran s brojem rođenih
- udio stanovništva u ruralnom području pozitivno koreliran s brojem rođenih
- indeks potrošačkih cijena negativno koreliran s brojem rođenih
- udio mladih žena pozitivno koreliran s brojem rođenih
- postotak proizvodnje u BDP-u pozitivno koreliran s brojem rođenih

Zanimljiviji neočekivani odnosi:

- BDP negativno koreliran s brojem rođenih
    - Veći BDP može značiti mogući veći razvoj države, urbanizaciju, veća uključenost žena na tržištu rada, više obrazovanje, veću dostupnost kontracepcije što može negativno utjecati na broj rođenih
- Postotak izvoza u BDP-u negativno koreliran s brojem rođenih
    - Isto kao i za BDP te moguća globalizacija kojom se mijenjaju društvene vrijednosti i percepcija obitelji
    - Veća ovisnost o vanjskom tržištu može dovesti do neizvjesnosti o radnom mjestu
- Stopa inflacije pozitivno korelirana s brojem rođenih
    - Veća inflacija može značiti gospodarski rast
    - Budući da za stope inflacije imamo dostupno razdoblje tek od 1986. moguće su velike fluktuacije zbog rata 90-tih te ekonomske krize 2008. što dovodi do mogućih krivih odnosa korelacije

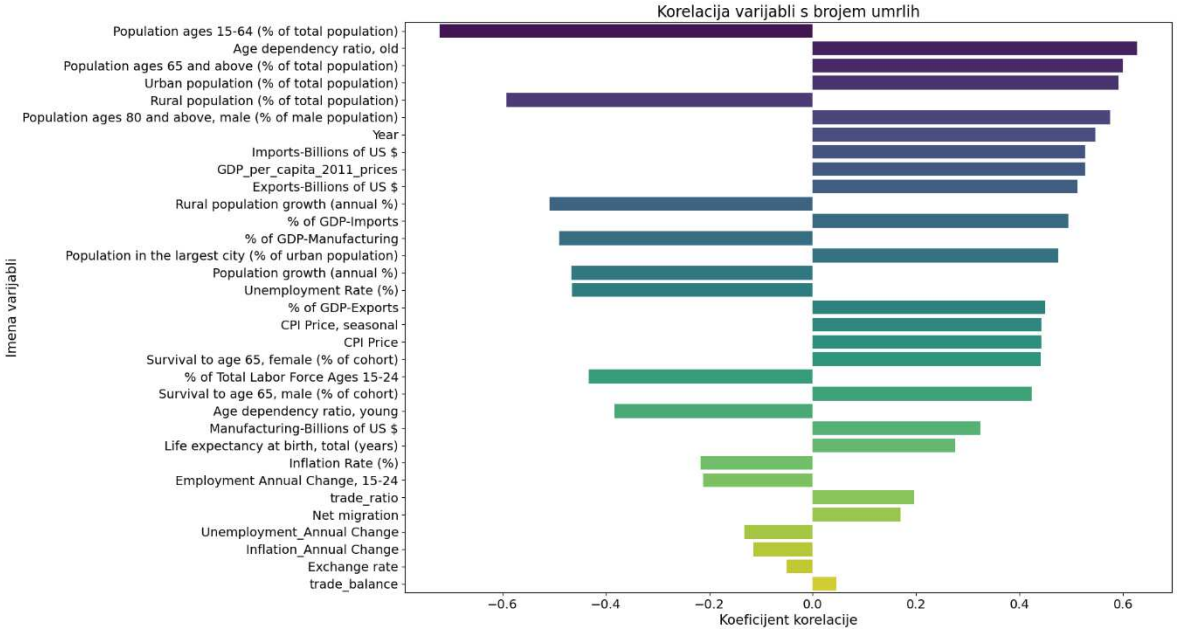
Na sljedećem grafu (Slika 3.2) možemo vidjeti kako se vrijednosti 5 najviše koreliranih varijabli i broj rođenih mijenja kroz vrijeme.




Slika 3.2 Prikaz 5 najviše koreliranih varijabli s brojem rođenih

## 3.2. Korelacija značajki s brojem umrlih

Izračunom korelacija između broja umrlih sa svakom od ostalih varijabli dobiven je sljedeći graf (Slika 3.3).




Slika 3.3 Graf korelacije varijabli s brojem umrlih

Kao i kod prijašnjeg grafa, x-os označava koeficijent korelacije, dok y-os označava varijable.

Na grafu možemo vidjeti očekivane odnose:

- Pozitivna korelacija kalendarske godine s brojem umrlih
- Rast populacije negativno koreliran s brojem umrlih
- Udio starijeg stanovništva pozitivno koreliran s brojem umrlih te udio mlađeg stanovništva negativno koreliran s brojem umrlih

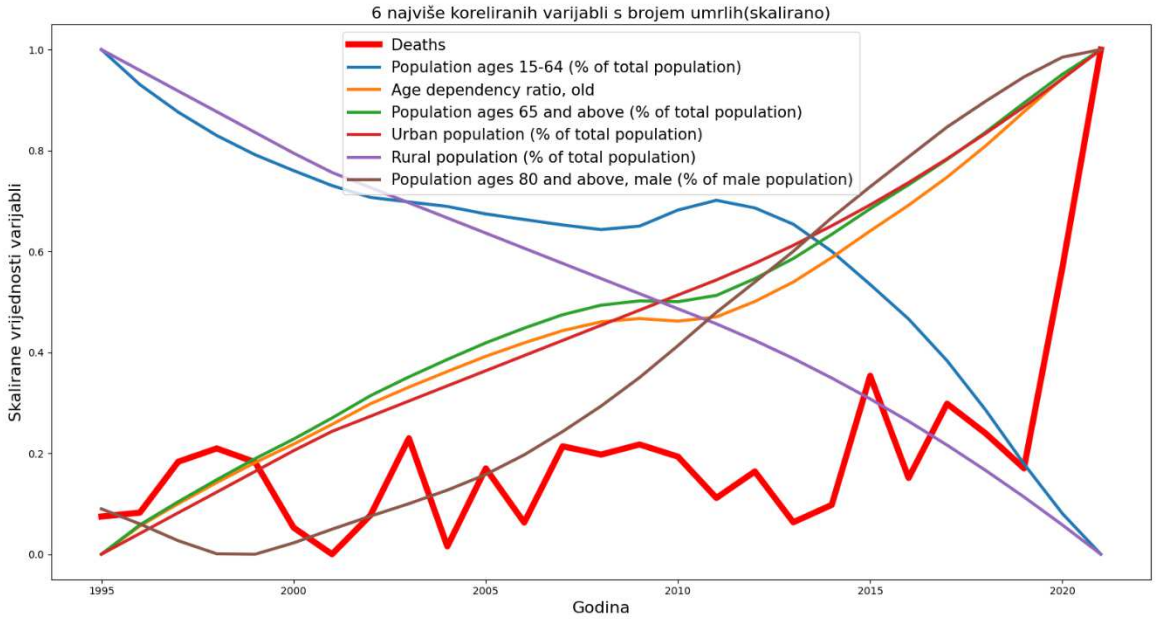
Manje očekivani odnosi:

- Postotak urbane populacije pozitivno koreliran s brojem umrlih, a postotak ruralne populacije negativno koreliran s brojem umrlih
    - Iako veći udio urbane populacije može značiti bolju zdravstvenu skrb to u Republici Hrvatskoj nije nužno slučaj, također do većeg udjela urbane populacije dolazi kod razvijenijih država koje se bore sa starenjem stanovništva i većom smrtnošću

- Iako bi veći udio ruralnog stanovništva mogao značiti lošiju zdravstvenu skrb i kraći životni vijek, kao i kod gornje crtice o urbanoj populaciji, takav trend možemo pripisati sveukupnom razvoju države

- BDP i izvoz pozitivno korelirani s brojem umrlih, udio nezaposlenih negativno koreliran s brojem umrlih
    - Veći BDP i izvoz te manji udio nezaposlenih mogu označavati veći razvoj države, što opet može dovesti do starenja stanovništva odnosno većeg broja umrlih

Na sljedećem grafu (Slika 3.4) možemo vidjeti promjene broja umrlih te odabranih koreliranih varijabli kroz vrijeme.




Slika 3.4 Prikaz 6 najviše koreliranih varijabli s brojem umrlih

## 3.3. Linearna regresija

Za izradu modela korišteni su sljedeći uvozi:

- LinearRegression iz sklearn.linear_model biblioteke za izradu modela
- Train_test_split iz sklearn.model_selection biblioteke za procjenu uspješnosti modela

Svi modeli su koristili 70% podataka za treniranje te 30% najrecentnijih podataka za testiranje.

### 3.3.1. Linearna regresija za broj rođenih

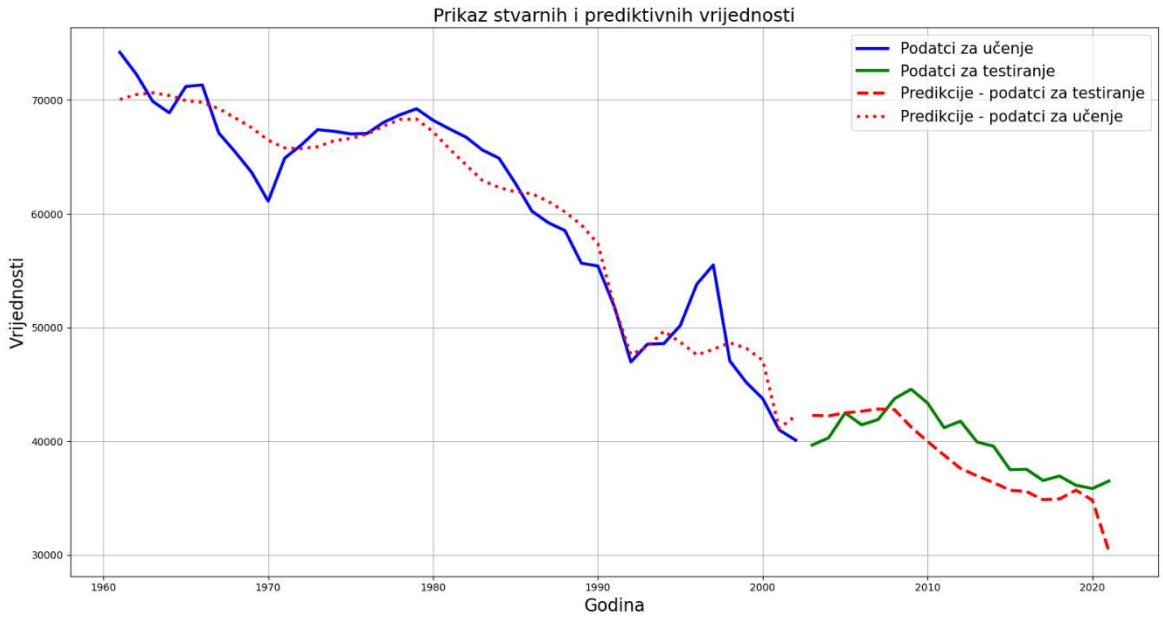
Model linearne regresije za broj rođenih s najboljim performansama za podatke u razdoblju od 1960. do 2022. godine uključivao je sljedeće varijable:

- Godina
- Stanovništvo najvećeg grada (% urbanog stanovništva)
- Godišnji % rast ruralnog stanovništva
- Stanovništvo (15-64)
- Omjer ovisnosti o dobi, mladi
- BDP po stanovniku

Model ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

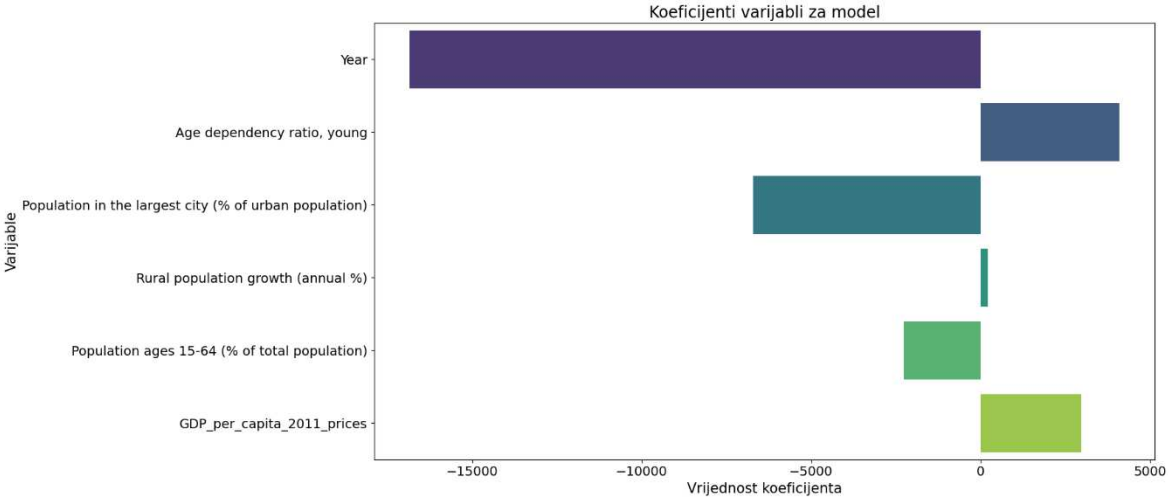
- MAE: 2219.53
- MSE: 6927244.17
- RMSE: 2631.97
- MAPE: 0.056

Budući da je broj rođenih u rasponu od oko 30,000 do 80,000, MAE od 2200 nije previše značajan, a MAPE od 5,6% smatramo zadovoljavajućim. No, model nije savršen te na donjem grafikonu (Slika 3.5) možemo vidjeti da, iako je uspio uhvatiti opći trend, postoje odstupanja u predviđanjima, posebice za 2021 godinu.




Slika 3.5 Prikaz stvarnih vrijednosti broja rođenih i predikcija modela

Važan dio modela su varijable i kako one na njega utječu. Na sljedećem grafu (Slika 3.6) prikazani su koeficijenti modela za svaku ulaznu varijablu.




Slika 3.6 Prikaz utjecaja varijabli na model

Ako bi uklonili varijablu “Year“ model ima potpuno krive predikcije. Može se popraviti uključivanjem novih varijabli, no nije moguće postići performanse gornjeg modela.

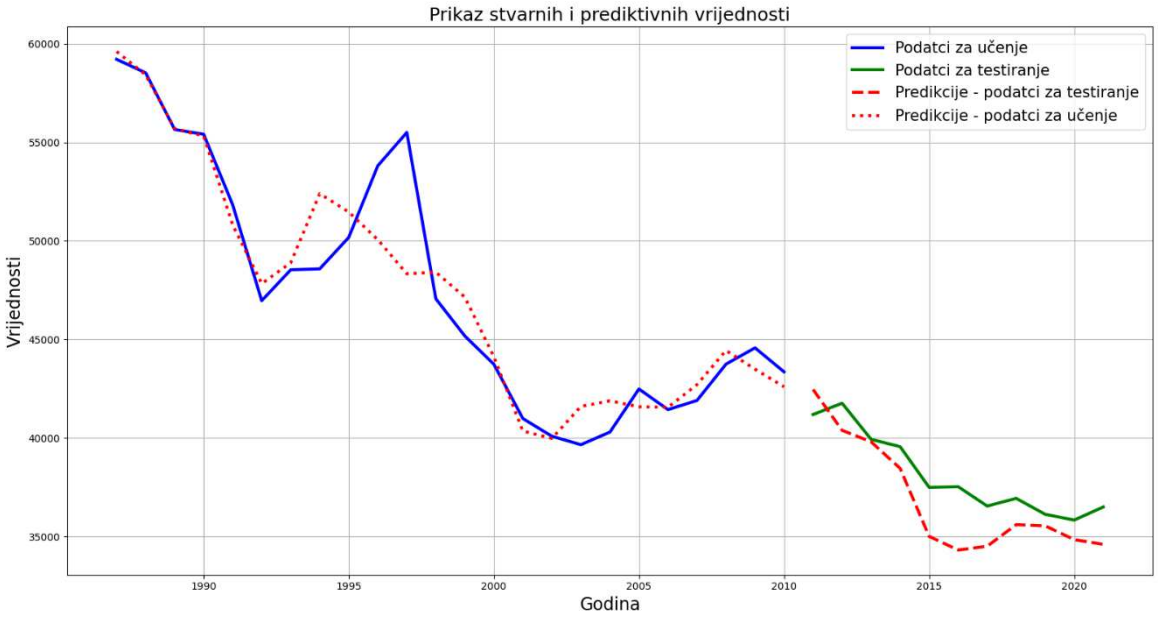
Model linearne regresije za broj rođenih sa podatcima u razdoblju od 1986. do 2022. godine uključivao je sve varijable prijašnjeg modela te dodatno:

- CPI, sezonski
- Tečaj valute

Model je postigao bolje rezultate od prijašnjeg te ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

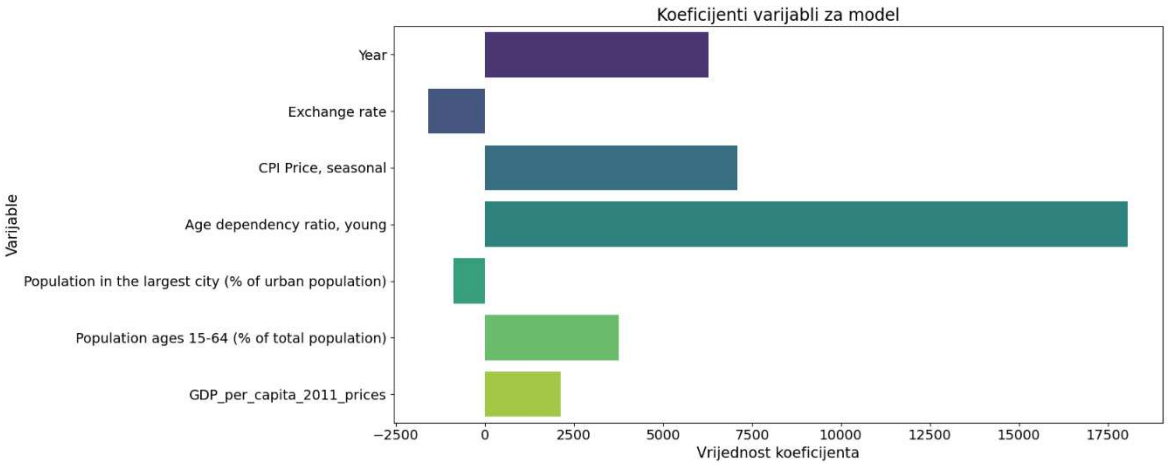
- MAE: 1492.09
- MSE: 2915605.69
- RMSE: 1707.51
- MAPE: 0.0395

Na donjem grafu (Slika 3.7) možemo uočiti da predviđanje ovog modela za 2021. godinu nema toliko veliko odstupanje kao prijašnji model.




Slika 3.7 Prikaz stvarnih vrijednosti broja rođenih i predikcija modela

Model na vremenskom razdoblju od 1986. do 2022. godine, ali bez novih varijabli ima znatno lošije performanse. Stoga možemo zaključiti da je uvođenje dviju dodatnih novih varijabli dovelo do poboljšanja performansi. Tu ovisnost možemo vidjeti i na donjem grafu (Slika 3.8) koeficijenata varijabli modela.




Slika 3.8 Prikaz utjecaja varijabli na model

Također možemo uočiti da varijabla "Age dependency ratio, young" u ovom modelu ima puno veću važnost u odnosu na prethodni. Takvi rezultati mogući su zbog fluktuacija u starijim podacima.

### 3.3.2. Linearna regresija za broj umrlih

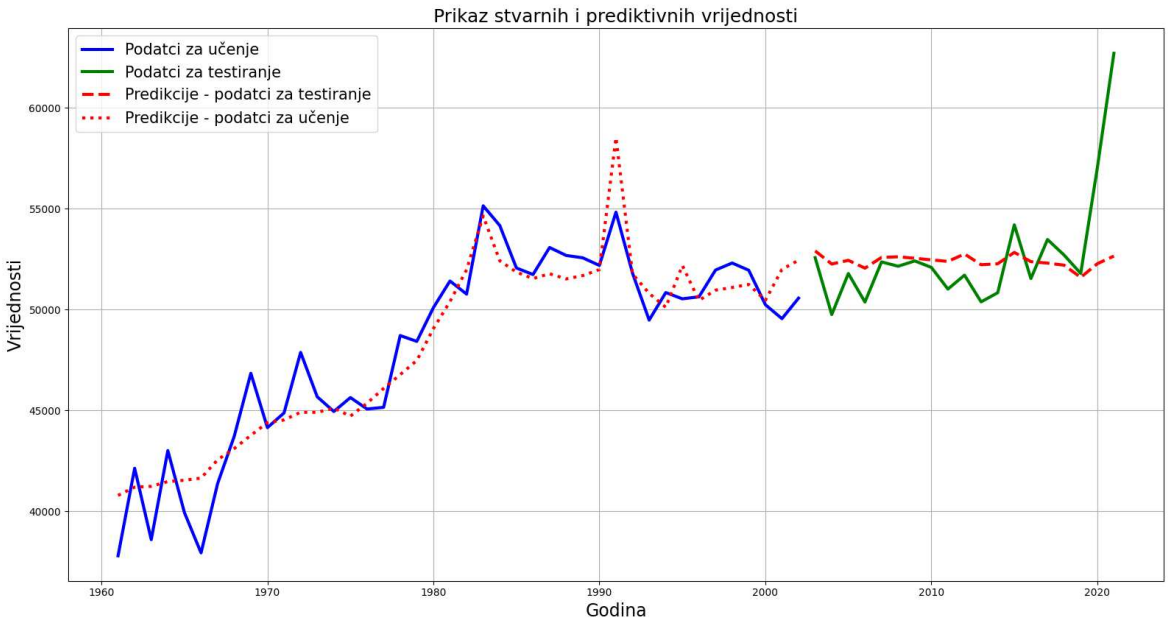
Model linearne regresije za broj umrlih s najboljim performansama za podatke u razdoblju od 1960. do 2022. godine uključivao je sljedeće varijable:

- Godina
- Omjer ovisnosti o dobi, stari
- Očekivano trajanje života
- Preživljavanje do 65. godine, muškarci

Model ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

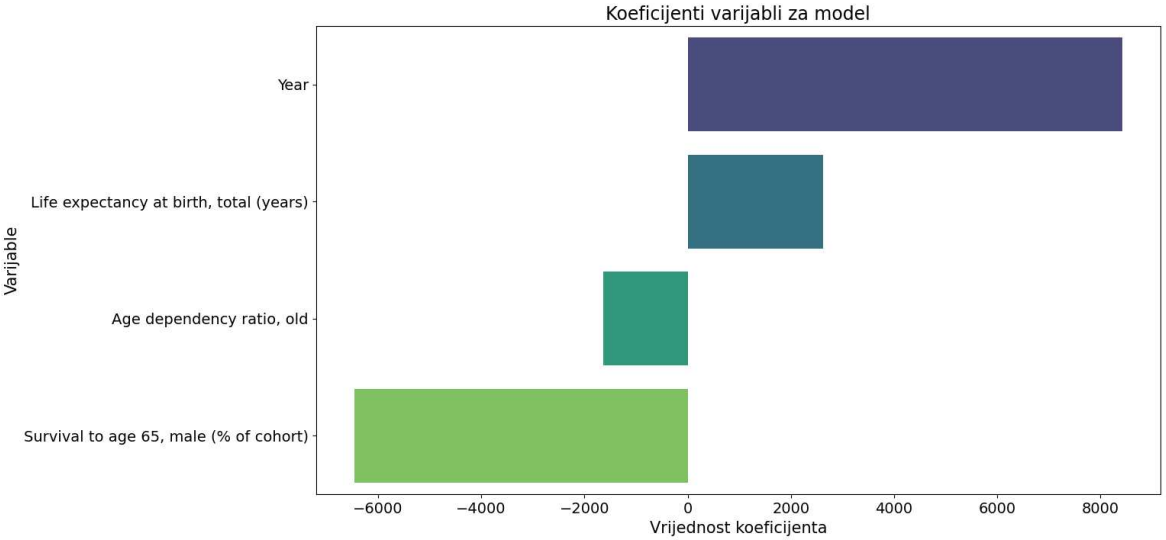
- MAE: 1628.52
- MSE: 7702720.98
- RMSE: 2775.38
- MAPE: 0.0294

Na temelju gornjih vrijednosti možemo zaključiti da model ima zadovoljavajuće rezultate, te isto možemo vidjeti na donjem grafu (Slika 3.9) stvarnih i prediktivnih vrijednosti. Jedino značajno odstupanje je ponovno za 2021. godinu.




Slika 3.9 Prikaz stvarnih vrijednosti broja umrlih i predikcija modela

Model najviše ovisi o varijablama “Year“ i “Survival to age 65“ što možemo vidjeti na donjem grafu (Slika 3.10).




Slika 3.10 Prikaz utjecaja varijabli na model

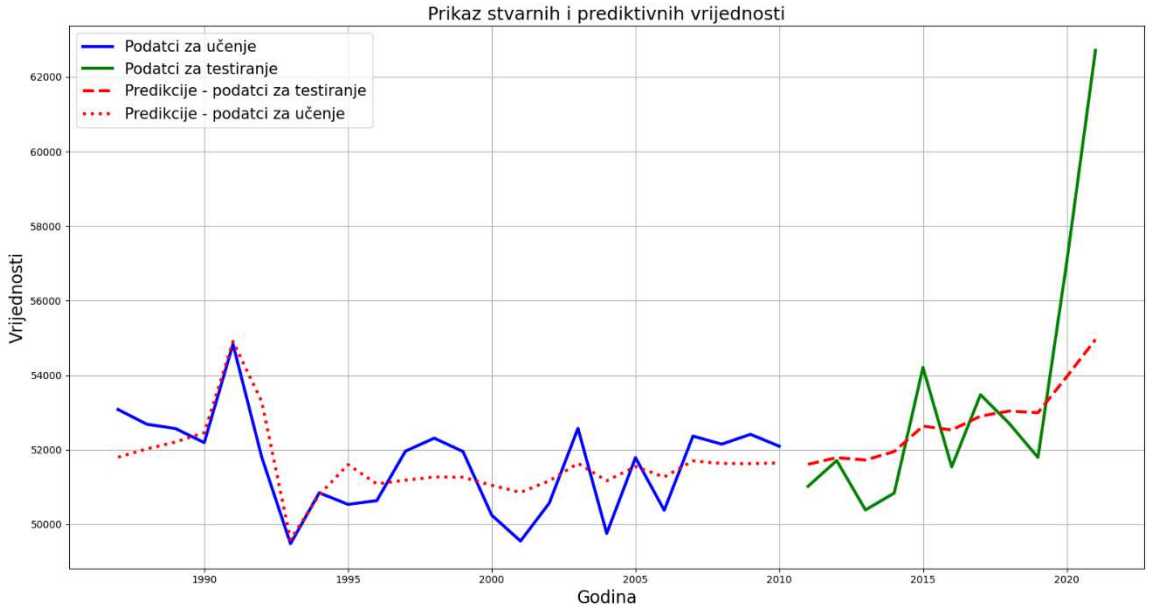
Model za vremenski period od 1986. do 2021. godine ima malo lošije performanse od gornjeg modela, no još uvijek zadovoljavajuće. Uklonjena je varijabla “Age dependency ratio“ te su dodane sljedeće varijable:

- CPI
- CPI, sezonski

Model najviše ovisi o varijabli „Godina“, a o ostalim podjednako te se kod uklanjanja jedne od njih zanemarivo smanji točnost modela. Performanse modela su sljedeće:

- MAE: 1692.02
- MSE: 8498970.49
- RMSE: 2915.3
- MAPE: 0.0298

Bez dodavanja ekonomskih varijabli iznos MAPE modela raste na 0.0453, no i dalje ima zadovoljavajuće performanse. Na donjem grafu (Slika 3.11) možemo vidjeti da model i dalje prati trend te ponovno odstupa za 2021. godinu.




Slika 3.11 Prikaz stvarnih vrijednosti broja umrlih i predikcija modela

## 3.4. Holt i Holt-Winters modeli

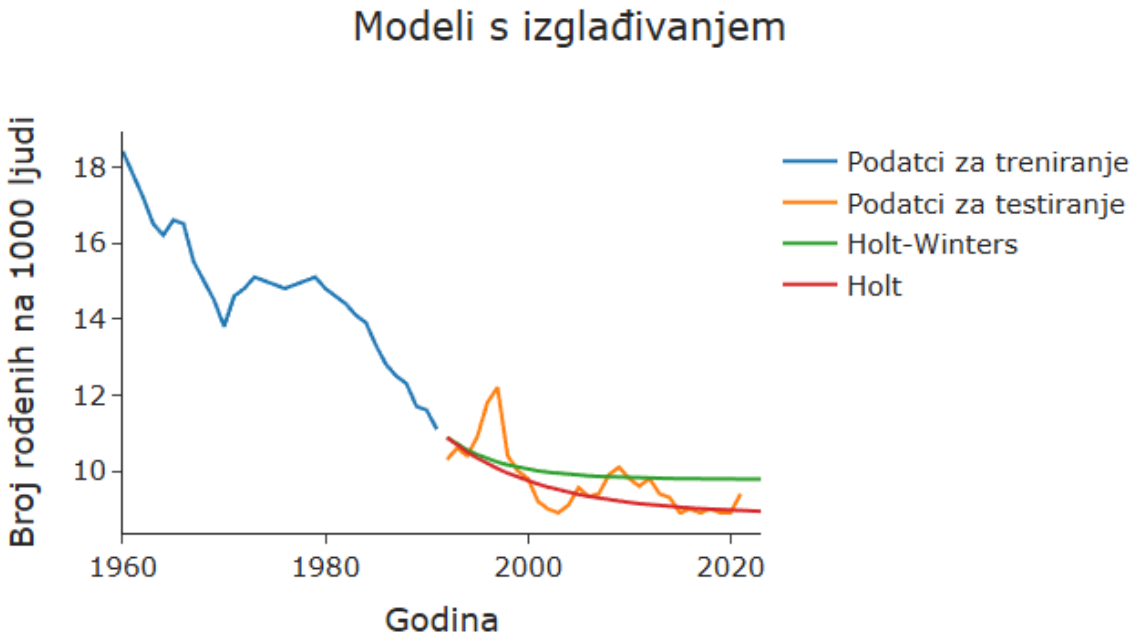
Kod modela eksponencijalnog izglađivanja kao ulaz se koriste samo prijašnji podatci ciljne varijable. Za razliku od drugih modela koji su pokazali slične performanse između ciljnih varijabli 'broj rođenih' i 'stope rođenih', te 'broj umrlih' i 'stope umrlih', ovi modeli su imali značajno lošije rezultate kada su korišteni apsolutni brojevi rođenih i umrlih. Stoga su kao ciljne varijable korištene 'stope rođenih' odnosno 'stope umrlih'. Također, budući da je ulaz samo ciljna varijabla, model je izgrađen samo na podacima od 1960. do 2021. godine.

Modeli su izgrađeni koristeći 'Holt' za Holtov model te 'ExponentialSmoothing' za Holt-Winters model iz biblioteke 'statsmodels.tsa.holtwinters'.

Model za stope rođenih je ostvario najbolje rezultate sa 50% podataka za treniranje odnosno 50% podataka za testiranje, dok model za stope umrlih sa 60% podataka za treniranje te 40% podataka za testiranje.

### 3.4.1. Model za stope rođenih

Predikcije modela za stope rođenih su prikazane na donjem grafu (Slika 3.12).




Slika 3.12 Prikaz stvarnih vrijednosti te modela Holt i Holt-Winters na broju rođenih

Možemo primjetiti da Holtov model prati trend bolje, no niti jedan od modela nema značajna odstupanja. To možemo potvrditi i sa sljedećim performansama modela:

Holt-Winters:

- MAE: 0.58
- MSE: 0.53
- RMSE: 0.73
- MAPE: 0.0596

---

Holt:

- MAE: 0.43
- MSE: 0.39
- RMSE: 0.63
- MAPE: 0.0415

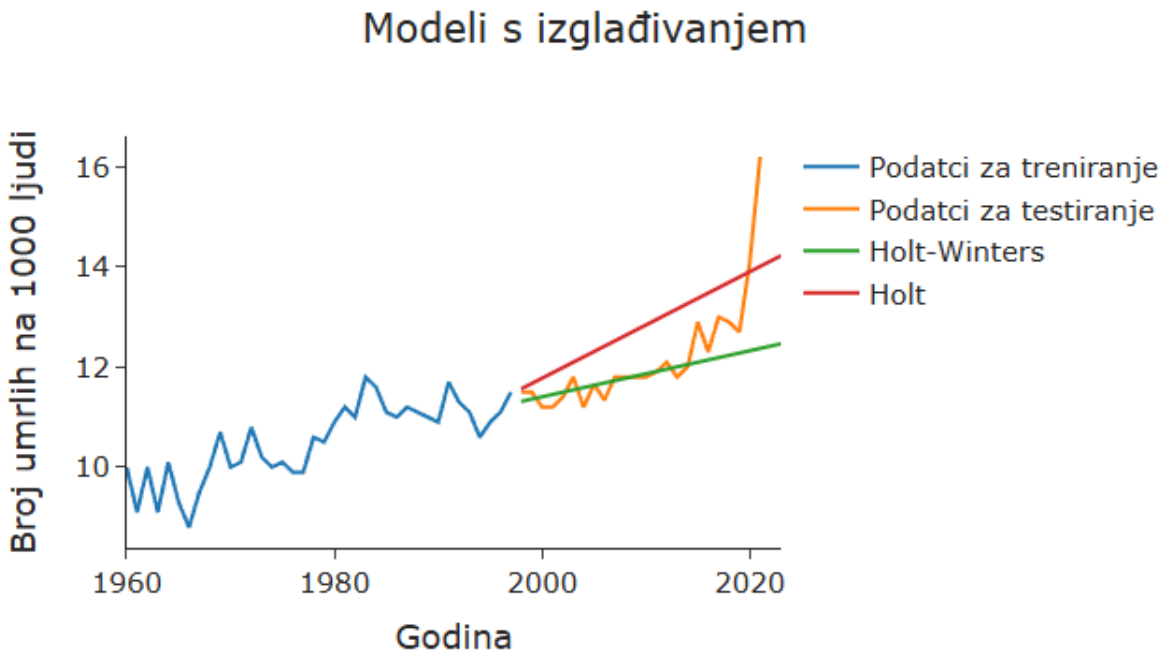
Kod oba modela korišten je parametar 'damped_mod = True' što predstavlja prigušenje. Kada je parametar postavljen na 'False', model će zauvijek pratiti trend, odnosno nastavit će konstantno rasti ili padati u beskonačnost. S parametrom postavljenim na 'True' model će se nakon nekog vremena prigušiti trend na ravnu liniju. Iz podataka o modelima iščitano je 'damped_trend' parametar iznosi 0.9 za Holtov model te 0.82 za Hol-Winters model. Takvi iznosi ukazuju na snažno prigušenje trenda, odnosno utjecaj prijašnjih promjena trenda brzo će se smanjivati sa novim predviđanjima.

Parametar 'smoothing_trend' je oko 0.2 za oba modela što sugerira da model sporije reagira na promjene u trendu, što može pomoći kod odstupanja.

Kod oba modela, parametar 'smoothing_level' jednak je 1. Takav iznos pokazuje da modeli brzo reagiraju na promjene u osnovnoj razini jer koriste samo posljednju vrijednost.

### 3.4.2. Model za stope umrlih

Predikcije modela za stope umrlih su prikazane na donjem grafu (Slika 3.13). Možemo vidjeti da Holt-Winters ima bolje performanse te prati ukupni trend s manjim odstupanjima.




Slika 3.13 Prikaz stvarnih vrijednosti te modela Holt i Holt-Winters na broju umrlih

Točne performanse modela su:

Holt-Winters

- MAE: 0.46
- MSE: 0.85
- RMSE: 0.92
- MAPE: 0.0333

---

Holt

- MAE: 0.82
- MSE: 0.88
- RMSE: 0.94
- MAPE: 0.0671

Kod ovih modela, bolje performanse su ostvarene bez prigušenja trenda, odnosno 'damped_mod' je postavljen na 'False'. Kod Holt modela 'smoothing_level' jednak je 0.9, a 'smoothing_trend' 0.25. Takvi parametri označavaju veliki utjecaj neposredno prethodnih iznosa vremenske serije te mali utjecaj promjena u trendu. Hol-Winters model ima parametre

'smoothing_level' 0.35 te 'smoothing_trend' skoro jednak nuli, što ukazuje na umjereno zaglađivanje razine i vrlo sporo prilagođavanje promjenama u trendu.

## 3.5. ARIMAX

Za potrebe izgradnje ARIMAX modela korišten je uvoz modela 'SARIMAX' iz 'statsmodels.tsa.statespace.sarimax' biblioteke te su parametri za sezonski utjecaj postavljeni na 0.

Modeli su ostvarili najbolje performanse sa 60% podataka za treniranje te preostalih 40% za testiranje.

### 3.5.1. ARIMAX za broj rođenih

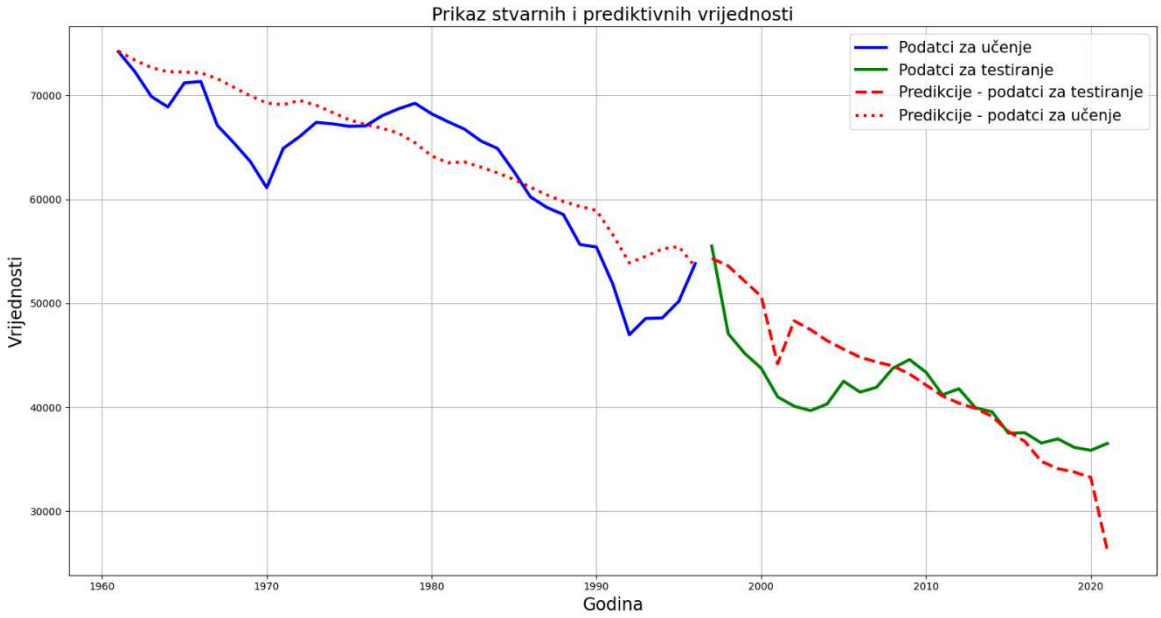
Za podatke od 1960. do 2021. godine, model pokazuje najbolje performanse sa sljedećim varijablama:

- Godina
- Neto migracije
- Godišnji rast ruralnog stanovništva
- Stanovništvo najvećeg grada

Model ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

- MAE: 2983.47
- MSE: 15989577.24
- RMSE: 3998.7
- MAPE: 0.0719

MAE od skoro 3000 ukazuje na osjetna odstupanja od stvarnih vrijednosti. Unatoč tome, model je zadovoljavajući, što potvrđuje MAPE od 7.19%. To znači da model uočava trend, ali ne savršeno što možemo vidjeti i na sljedećem grafu (Slika 3.14). Također uočavamo da model ima najveće odstupanje za 2021. godinu.

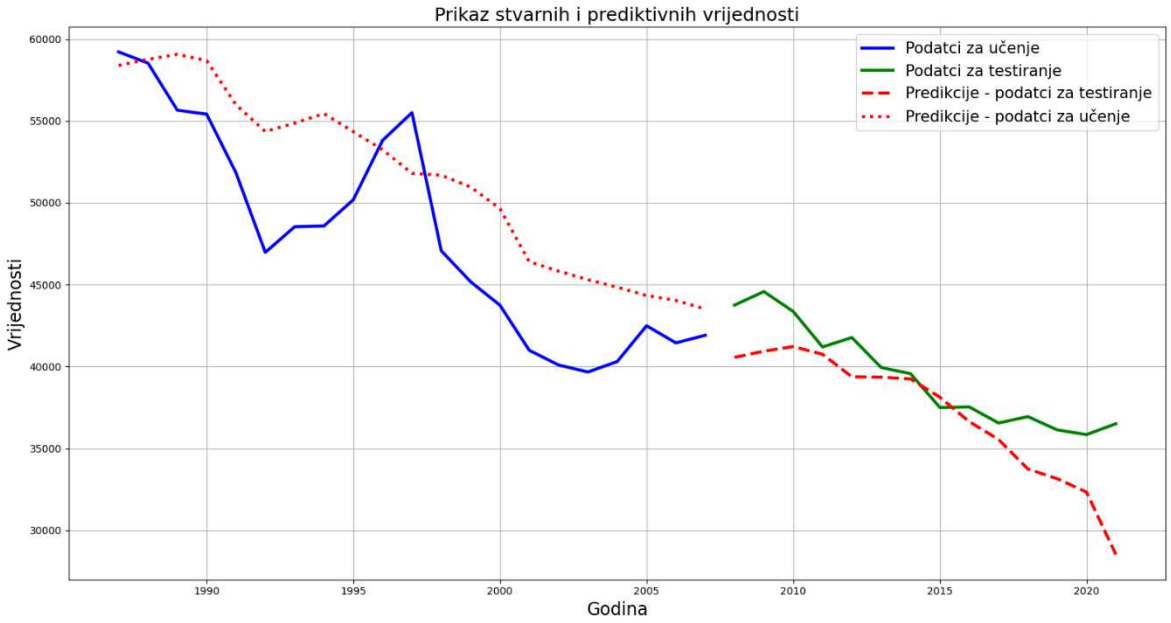



Slika 3.14 Prikaz stvarnih vrijednosti broja rođenih i predikcija modela

Model najviše ovisi o varijabli „Godina“ te uklanjanjem iste dovodi do jako velikih odstupanja. Dodavanje novih varijabli modelu bez "godine" poboljšava performanse, ali MAPE uvijek ostaje iznad 10%.

Utjecaji AR (autoregresivnih) te MA(pokretnog prosjeka) parametara na model su vrlo mali dok je varijanca greške vrlo visoka i statistički značajna. To ukazuje na nesigurnost modela i sugerira da možda nije optimalan za analizirane podatke.

Za vremensko razdoblje od 1986. do 2021. godine model ne koristi varijable “neto migracije“. Model ima malo bolji MAE i MAPE, što ukazuje na moguće fluktuacije u podatcima od 1960. do 1986. koje su dovele do smanjenih performansi iako je skup podataka veći. Predviđanja tog modela možemo vidjeti na sljedećem grafu (Slika 3.15).




Slika 3.15 Prikaz stvarnih vrijednosti broja rođenih i predikcija modela

Možemo primijetiti veća odstupanja za godine neposredno prije 2021. godine te ponovno za samu 2021. godinu. Veća odstupanja se mogu vidjeti i na predviđanjima na podatcima za učenje. Kao i kod prijašnjeg modela, utjecati AR i MA parametara su zanemarivi.

### 3.5.2. ARIMAX za broj umrlih

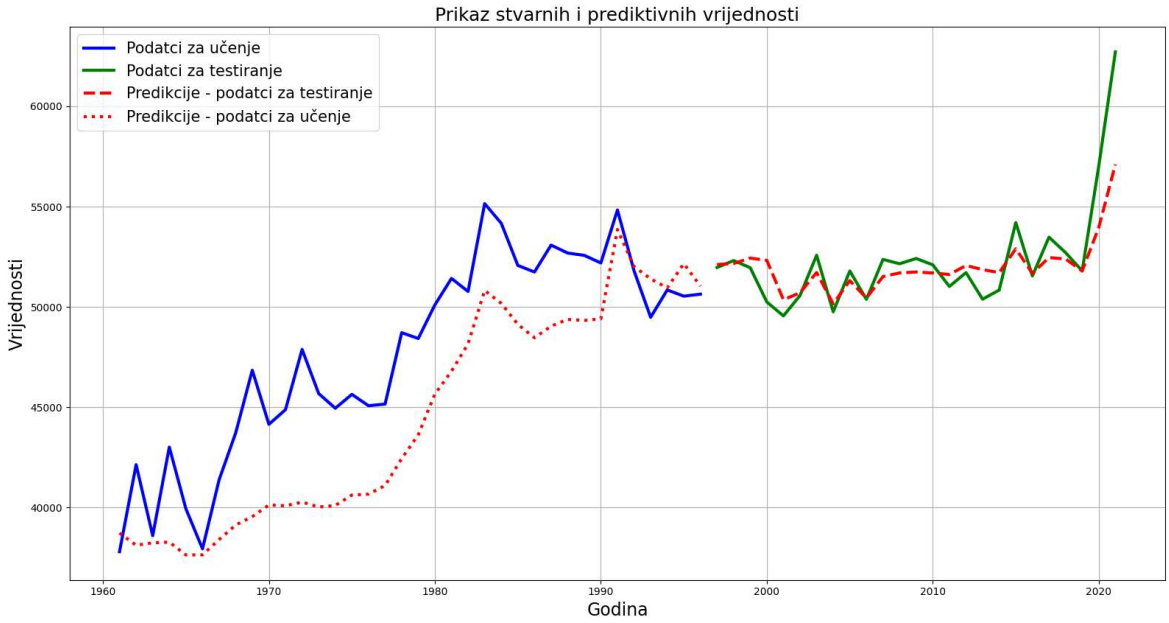
Za podatke od 1960. do 2021. godine, model pokazuje najbolje performanse sa sljedećim varijablama:

- Godina
- Očekivano trajanje života
- Omjer ovisnosti o dobi, stari
- Preživljavanje do 65. godine, muškarci

Model ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

- MAE: 909.22
- MSE: 2202856.94
- RMSE: 1484.2
- MAPE: 0.0166

MAPE od 1.66% te MAE oko 900 ukazuju na odlične rezultate modela, što možemo vidjeti i na donjem grafu (Slika 3.16). Model ima veća odstupanja na podatcima za treniranje, ali na novim podatcima ima vrlo točna predviđanja te prati trend i za 2021. godinu.



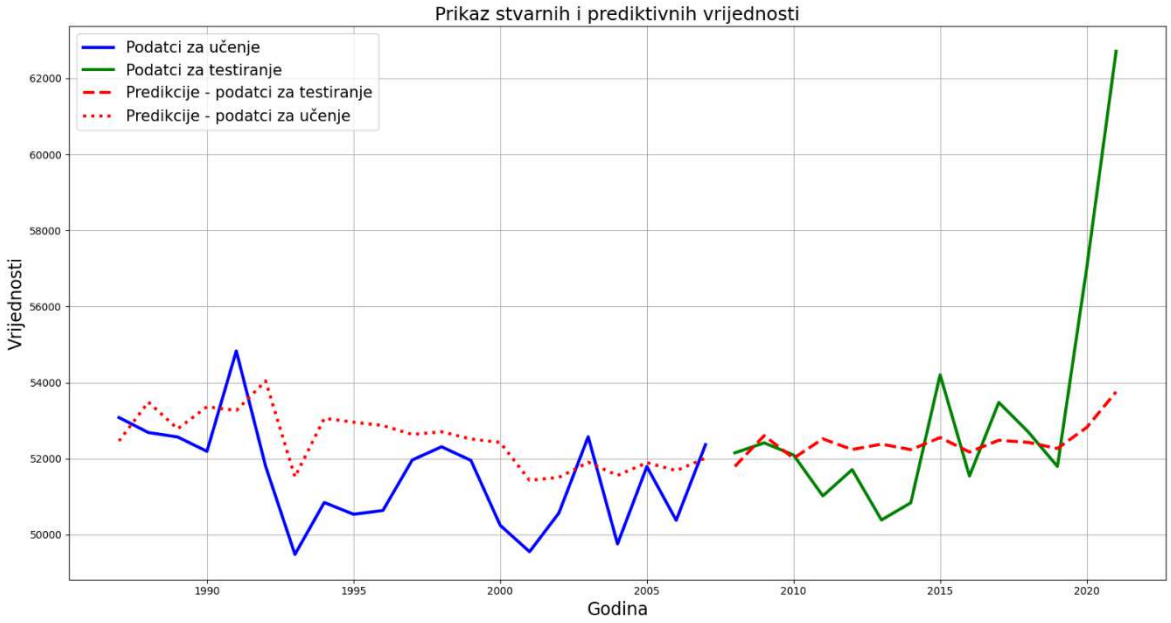

Slika 3.16 Prikaz stvarnih vrijednosti broja umrlih i predikcija modela

Najveći utjecaj na model ima varijabla “Preživljavanje do 65. godine, muškarci“. Uklanjanjem varijable "godina" ili varijable “Preživljavanje do 65. godine, muškarci“, performanse modela se pogoršavaju, ali još uvijek su zadovoljavajuće i prate trend. Kod ovog modela, AR i MA parametri imaju vrlo niske p-vrijednosti, što ukazuje na statistički značajne efekte tih dijelova modela.

Model sa najboljim performansama za podatke od 1986. do 2021. godine ne koristi varijablu “Preživljavanje do 65. godine, muškarci“, ali dodane su nove varijable “CPI, sezonski“ te “CPI“. Model ima sljedeće performanse:

- MAE: 1659.94
- MSE: 7921903.93
- RMSE: 2814.59
- MAPE: 0.0294

Ovaj model također pokazuje vrlo zadovoljavajuće performanse, prati trend te značajnije odstupanje ima samo za 2021. godinu, što se može vidjeti i na donjem grafu (Slika 3.17).




Slika 3.17 Prikaz stvarnih vrijednosti broja umrlih i predikcija modela

Model najviše ovisi o varijablama “Očekivano trajanje života“, “CPI“, “CPI, sezonski“ te ima malu značajnost AR i MA parametara.

## 3.6. XGBoost

Za izgradnju modela korišten je 'XGBRegressor' iz biblioteke 'xgboost', koji se koristi za regresijske probleme primjenom XGBoost algoritma. Za analizu utjecaja pojedinih varijabli u modelu korištena je funkcija 'plot_importance' iz iste biblioteke.

Najbolje performanse modela u vremenskom razdoblju od 1960. do 2021. godine ostvarene su uz 70% podataka za treniranje te 30% za testiranje, a za period od 1986. do 2021. godine uz 60% podataka za treniranje odnosno 40% za testiranje.

### 3.6.1. XGBoost za broj rođenih

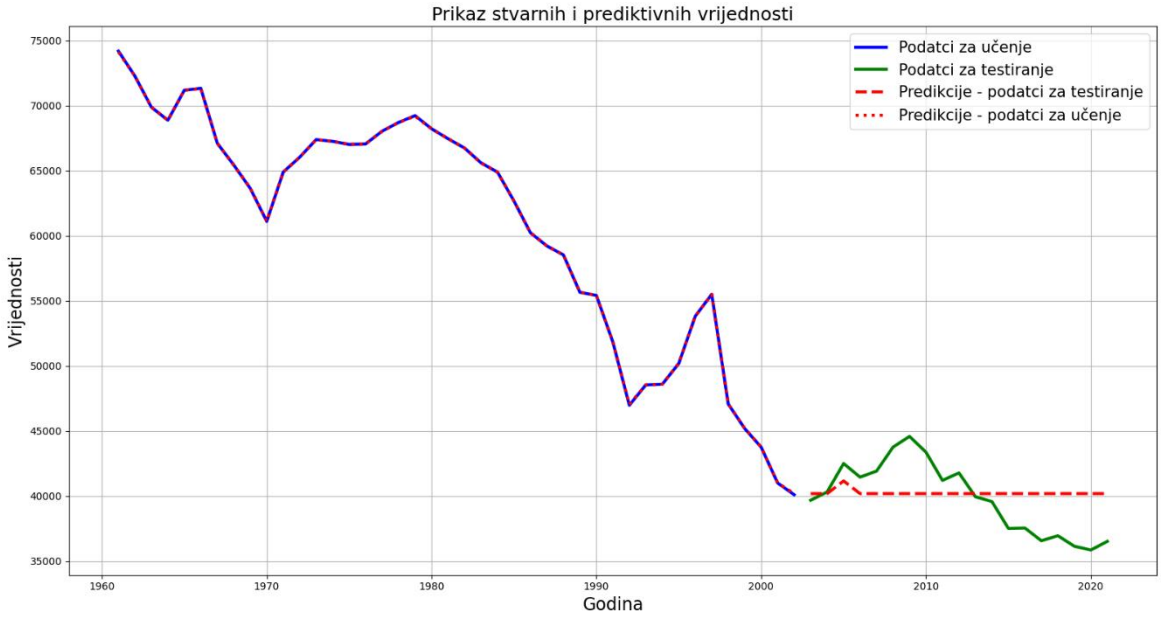
XGBoost model za broj rođenih za podatke od 1960. do 2021. godine izgrađen je sa sljedećim varijablama:

- Ruralno stanovništvo kao % ukupnog stanovništva
- Stanovništvo (15-64)
- Žensko stanovništvo (20-24)
- Godišnji rast stanovništva

Te ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

- MAE: 2306.17
- MSE: 7329064.94
- RMSE: 2707.22
- MAPE: 0.0589

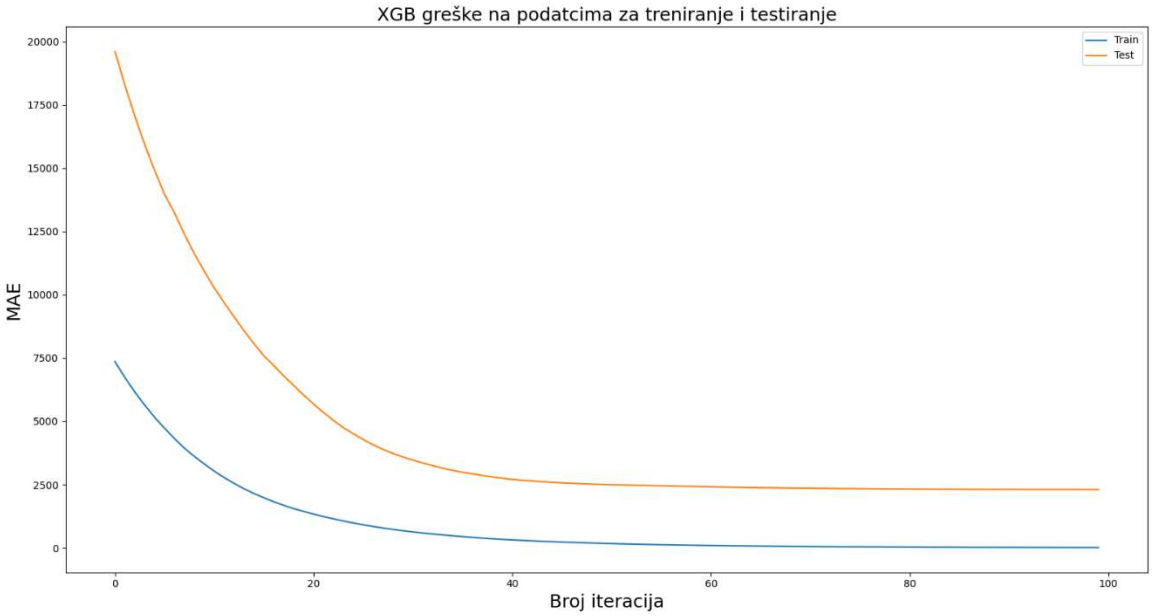
Iako su ovakvi rezultati zadovoljavajući, na sljedećem grafu (Slika 3.18) možemo vidjeti da model ne prati trend.




Slika 3.18 Prikaz stvarnih vrijednosti broja rođenih i predikcija modela

Model prati trend samo za 2005. godinu te ima konstantno predviđanje za preostale godine, što nije u skladu sa stvarnim vrijednostima koje imaju oscilacije. To ukazuje na nedostatke modela. Mogući razlozi su prenaučenost ili nedovoljna složenost.

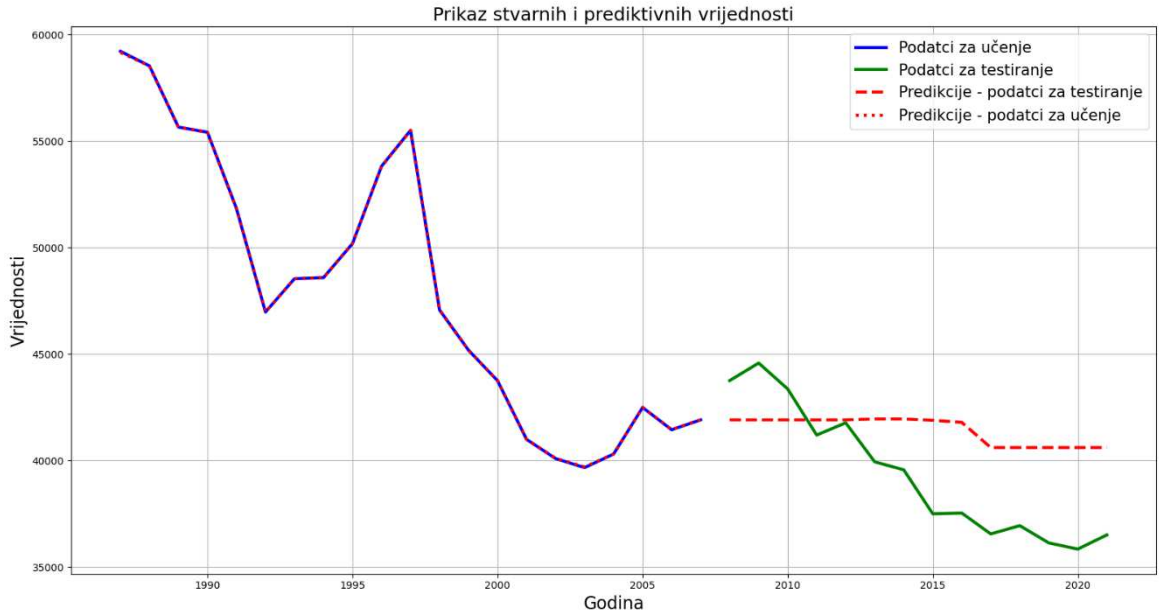
Na sljedećem grafu (Slika 3.19) možemo vidjeti greške na podatcima za treniranje te podatcima za testiranje. Budući da se graf pogrešaka na podatcima za testiranje smanjuje te na kraju ostaje stabiliziran te nema naknadnih povećanja, možemo zaključiti da prenaučenost nije problem ovog modela.




Slika 3.19 Pogreške XGBoost modela na podatcima za treniranje i testiranje

Dodavanjem nekoliko drugih varijabli vrijednosti predikcije više nisu konstantne, ali ne prate trend te se MSE i MAPE povećavaju. Budući da varijable koje imamo za ovaj vremenski period nisu zadovoljavajuće možemo zaključiti da nam je potrebno više podataka.

Model na podatcima od 1986. do 2021. ima sličan problem. Na donjem grafu (Slika 3.20) možemo vidjeti njegove predikcije.




Slika 3.20 Prikaz stvarnih vrijednosti broja rođenih i predikcija modela

Taj model ima dvije dodatne varijable, “Urbano stanovništvo, apsolutno“ i “Godišnja promjena inflacije“.

Oba modela najviše ovise o varijabli “Ruralno stanovništvo, % ukupnog stanovništva“.

### 3.6.2. XGBoost za broj umrlih

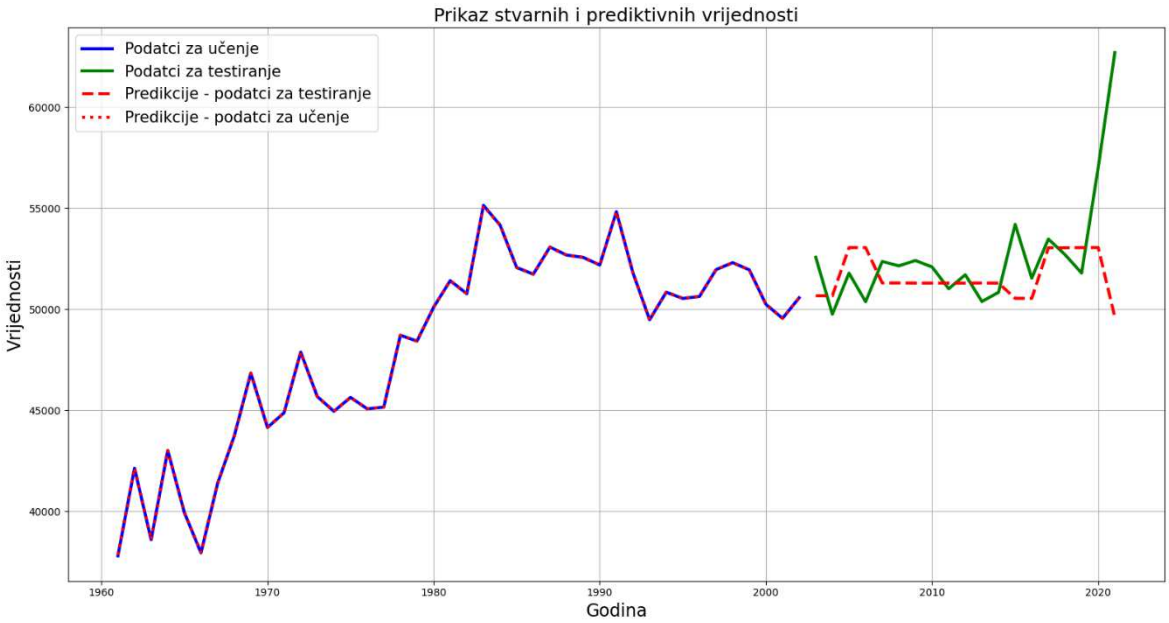
XGBoost model za broj umrlih za podatke od 1960. do 2021. godine izgrađen je sa sljedećim varijablama:

- Očekivano trajanje života
- Stanovništvo iznad 80.-te godine
- Neto migracije
- Godišnji rast stanovništva
- Stanovništvo najvećeg grada (% urbanog stanovništva)
- Omjer ovisnosti o dobi, stari

Te ima sljedeće performanse na neviđenim podatcima:

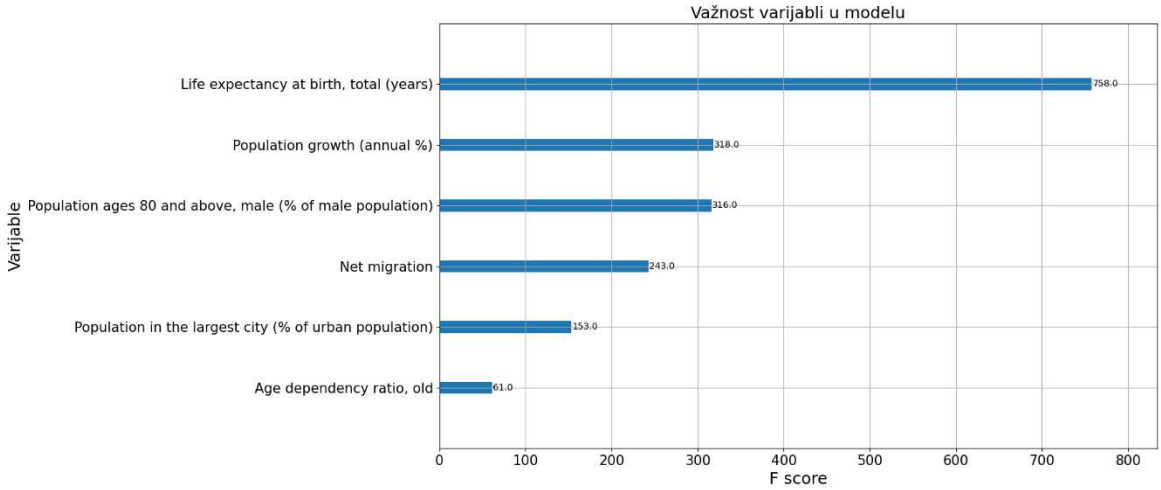
- MAE: 1916.53
- MSE: 11686003.33
- RMSE: 3418.48
- MAPE: 0.0342

Ovakvi rezultati ukazuju na zadovoljavajući model što potvrđuje i donji graf (Slika 3.21). Model prati trend osim za 2021. godinu kada ima značajno odstupanje.




Slika 3.21 Prikaz stvarnih vrijednosti broja umrlih i predikcija modela

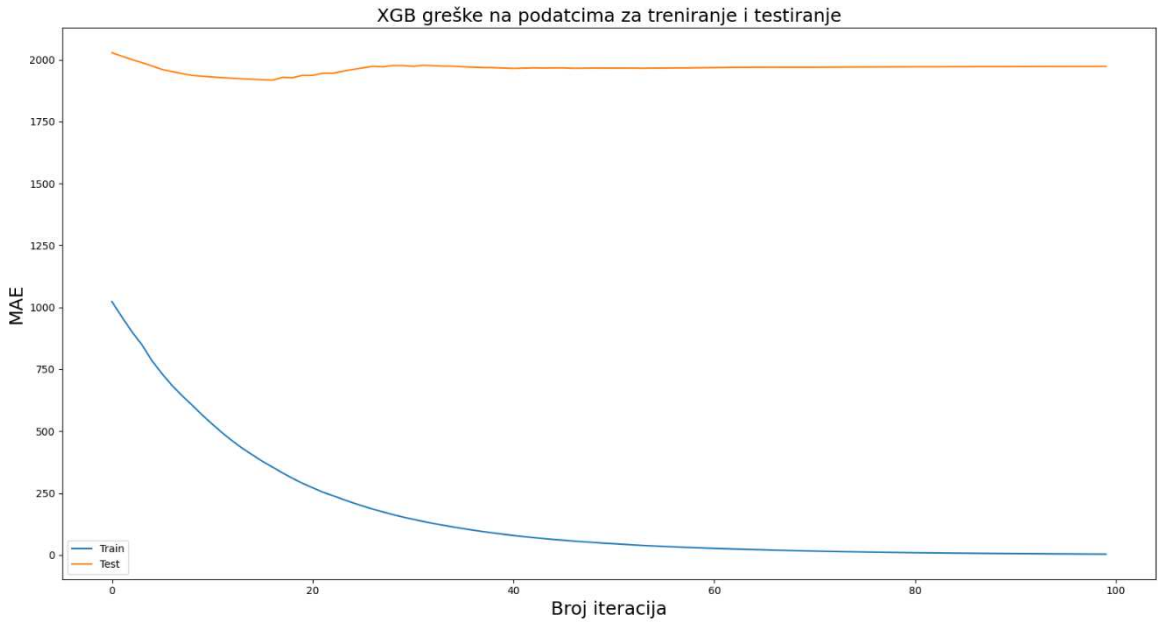
Model najviše ovisi o varijabli “Očekivano trajanje života“, dok varijabla “Omjer ovisnosi o dobi, stari“ ima mali utjecaj na model, što možemo vidjeti na donjem grafu (Slika 3.22).




Slika 3.22 Utjecaj pojedinih varijabli na model

Varijabla 'Preživljavanje do 65. godine, muškarci', koja je imala najveći utjecaj u modelima linearne regresije i ARIMAX-a, izostavljena je iz ovog modela jer njezino uključivanje negativno utječe na performanse modela.

Model za razdoblje od 1986. do 2021. godine s bilo kojom kombinacijom varijabli je pokazivao prenaučenost, prikazano na donjem grafu (Slika 3.23).



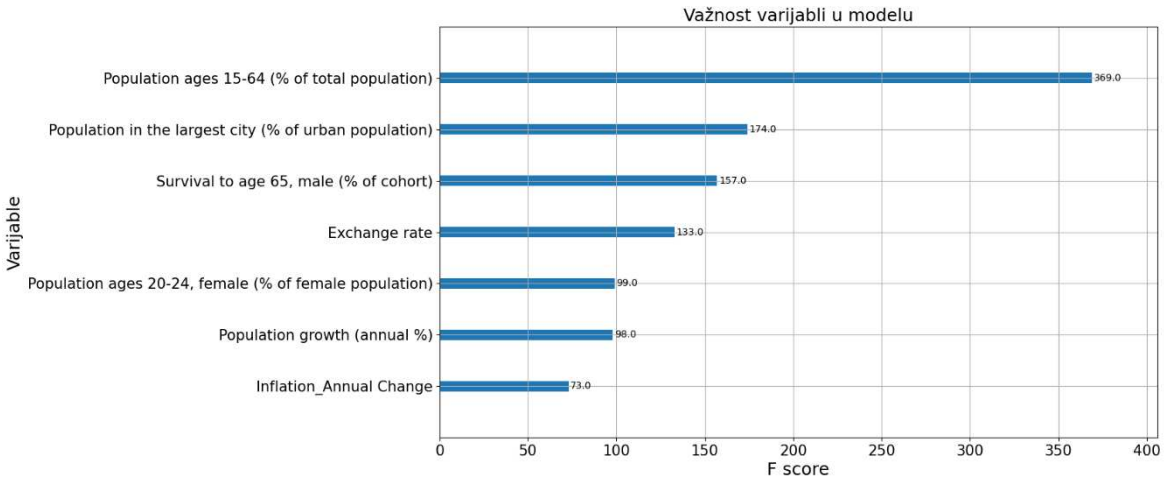

Slika 3.23 Pogreške XGBoost modela na podatcima za treniranje i testiranje

Usprkos tome pokazuje zadovoljavajuće performanse i predikcije.

Model sa najboljim performansama je izgrađen sa sljedećim varijablama:

- Stanovništvo (15-64)
- Žensko stanovništvo (20-24)
- Preživljavanje do 65. godine, muškarci
- Stanovništvo najvećeg grada kao % urbanog stanovništva
- Godišnji rast stanovništva
- Tečaj valute
- Godišnja promjena inflacije

Iako je kod prijašnjeg modela varijabla "Očekivano trajanje života" imala najveći utjecaj, u ovom modelu ona ne pokazuje nikakav utjecaj. Umjesto toga, u ovom modelu najveći utjecaj ima varijabla "Stanovništvo (15-64)", dok među ekonomskim varijablama najznačajnija je "Tečaj valute", što možemo vidjeti na donjem grafu (Slika 3.24).




Slika 3.24 Utjecaj pojedinih varijabli na model

# 4. Diskusija rezultata

## 4.1. Osvrt na rezultate korelacijskih analiza

Iako su brojne korelacije očekivane, neki od odnosa varijabli nisu posve jasni i predvidljivi na prvu te bi se kod matematičkih modela te varijable drugačije upotrebljavale za izračun predikcija. Potencijalna izraženija heterogenost razvoja u različitim područjima Republike Hrvatske spram drugih europskih zemalja možebitno doprinosi korelacijama koje nisu prisutne u drugim zemljama. U nastavku analizirat ćemo kako te korelacije utječu na razvoj prediktivnih modela.

## 4.2. Osvrt na rezultate modela strojnog učenja

### 4.2.1. Modeli za natalitet

Tablica 4.1 prikazuje performanse modela na različitim skupovima podataka za predikcije varijabli nataliteta. Iz tablice možemo uočiti da najbolje performanse imaju linearna regresija na manjem skupu podataka te Holt na cijelom skupu podataka. Budući da su ARIMAX i XGBoost složeniji modeli te generalno zahtijevaju više podataka, to može ukazivati na linearnost između varijabli i na moguće premale skupove podataka. Također zanimljivo je da modeli linearne regresije te ARIMAX-a imaju bolje performanse na manjem skupu podataka. Kod linearne regresije to možemo pripisati dodavanju nove ekonomske varijable „CPI“, dok kod ARIMAX modela bez dodavanja novih varijabli imamo bolje rezultate. Razlog tome mogu biti fluktuacije ili lošija dokumentacija starijih podataka. Budući da je Hrvatska mlada zemlja, moguće je i da se demografske varijable drugačije mijenjaju u novije vrijeme.

Tablica 4.1 Usporedba modela sa ciljnom varijablom za natalitet

| Model | Ciljna varijabla | Skup podataka | Najznačajnije varijable | MSE | MAPE |
|---|---|---|---|---|---|
| Linearna regresija | Broj rođenih | 1960.-2021. | godina, stan. najvećeg grada, omjer ovisnosti dobi(mladi) | 2219.53 | 0.056 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Linearna regresija | Broj rođenih | 1986.-2021. | omjer ovisnosti dobi(mladi), CPI, godina | 1492.09 | 0.0395 |
| Holt | Stope rođenih | 1960.-2021. | - | 0.43 | 0.0415 |
| Holt-Winters | Stope rođenih | 1960.-2021. | - | 0.58 | 0.0596 |
| ARIMAX | Broj rođenih | 1960.-2021. | godina, stan. najvećeg grada, rast ruralnog stan. | 2983.47 | 0.0719 |
| ARIMAX | Broj rođenih | 1986.-2021. | stan. najvećeg grada, godina, rast ruralnog stan. | 2351.5 | 0.0606 |
| XGBoost | Broj rođenih | 1960.-2021. | % ruralnog stan., žensko stan.(20-24), rast stan. | 2306.17 | 0.0589 |
| XGBoost | Broj rođenih | 1986.-2021. | % ruralnog stan., god. promjena inflacije, žensko stan. (20-24) | 2922.82 | 0.0769 |

### 4.2.2. Modeli za mortalitet

Tablica 4.2 prikazuje performanse modela na različitim skupovima podataka za predikcije varijabli mortaliteta. Holt model ima malo lošije performanse te ARIMAX model na cijelom skupu podataka se izdvaja kao iznimno dobar, dok ostali modeli imaju približno jednake performanse. Za razliku od modela za predikcije nataliteta, ovi modeli ne pokazuju velike razlike između performansi na cijelom i smanjenom skupu podataka.

Tablica 4.2 Usporedba modela sa ciljnom varijablom za mortalitet

| Model | Ciljna varijabla | Skup podataka | Najznačajnije varijable | MSE | MAPE |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Linearna regresija | Broj umrlih | 1960.-2021. | godina, preživljavanje do 65.-te(muškarci), očekivano trajanje života | 1628.52 | 0.0294 |
| Linearna regresija | Broj umrlih | 1986.-2021. | godina, preživljavanje do 65.-te(muškarci) | 1692.02 | 0.0298 |
| Holt | Stope umrlih | 1960.-2021. | - | 1.08 | 0.0889 |
| Holt-Winters | Stope umrlih | 1960.-2021. | - | 0.46 | 0.0333 |
| ARIMAX | Broj umrlih | 1960.-2021. | preživljavanje do 65.-te(muškarci), godina, očekivano trajanje života | 909.22 | 0.0166 |
| ARIMAX | Broj umrlih | 1986.-2021. | CPI, CPI(sezonski), očekivano trajanje života | 1659.94 | 0.0294 |
| XGBoost | Broj umrlih | 1960.-2021. | očekivano trajanje života, god. rast stan., muško stan. starije od 80 godina | 1916.53 | 0.0342 |
| XGBoost | Broj umrlih | 1986.-2021. | stan.(15-64), stan. najvećeg grada, preživljavanje do 65.-te(muškarci) | 1972.61 | 0.0345 |

## 4.3. Završni osvrt na rezultate

Iako se u literaturi često spominje BDP kao jedan od glavnih ekonomskih varijabli za predikcije u stanovništvu, ovdje se pokazao suprotnim. Korišten je kao varijabla u samo jednome modelu, linearnoj regresiji na cijelom skupu podataka za predikcije broja rođenih, dok je za ostale modele imao većinom negativan učinak. Analizom korelacije također smo otkrili neke neočekivane veze između varijabli. Više je mogućih razloga za takva opažanja, no važno je napomenuti da je Republika Hrvatska mlada država, sa mnogo značajnih događaja u nedavnim godinama, poput rata i krize, koji uvelike utječu na demografske promjene. Također Hrvatska je u nekim područjima brzo razvijajuća zemlja, dok u drugima zaostaje, što ponovo može dovesti do raznih fluktuacija u podatcima i neočekivanih

trendova. Uz to, Hrvatska ima relativno malo stanovništvo u odnosu na države na kojima su izrađivani modeli u literaturi, što također može otežati pronalaženje trendova. Usprkos tome, većina modela pokazuje zadovoljavajuće performanse.

Modeli za mortalitet generalno imaju bolje performanse što može biti zahvaljujući većem skupu podataka vezanih za mortalitet. No također broj rođenja kroz godine ima puno veće oscilacije što može uzrokovati teži pronalazak trenda i lošije predikcije.

Stariji skupovi podataka za druge ekonomske varijable osim BDP-a, poput prosječnih primanja i potrošnje, cijene nekretnina te stope zaposlenosti, mogle bi pomoći kod budućih predikcija, posebice za natalitet.

# Zaključak

Rad je pokazao da su manje složeni modeli poput linearne regresije i Holt modela zadovoljavajući za ovakve probleme te da složeniji modeli poput ARIMAX-a i XGBoost-a više ovise o veličini dostupnih skupova podataka.

Modeli za mortalitet su općenito pokazali bolje performanse zbog većeg broja povezanih varijabli te manjih oscilacija u samim podatcima broja umrlih u odnosnu na broj rođenih. Također analiza podataka otkrila je neke neočekivane korelacije, najistaknutije one između BDP-a i broja rođenih, odnosno broja umrlih kao mogući rezultat specifičnih povijesnih i socioekonomskih uvjeta u Republici Hrvatskoj.

Iako su modeli zadovoljavajući, postoji potencijal za bolja predviđanja uključivanjem većih skupova podataka sa dodatnim varijablama, posebice za predviđanje nataliteta. Također u budućnosti, ako dođe do određene stabilizacije u ekonomskim i demografskim uvjetima, predviđanja će biti lakša i preciznija.

# Literatura


[1] Ronald D.Lee, Lawrence R.Carter *Modeling and Forecasting U.S. Mortality* 1992. Poveznica: https://u.demog.berkeley.edu/~jrw/Biblio/Eprints/%20J-L/lee.carter.1992.pdf ; pristupljeno 13. lipnja 2024.

[2] G.Niu, B.MelenBerg *Trends in mortality decrease and economic growth* 2014. Poveznica: https://research.tilburguniversity.edu/en/publications/trends-in-mortality-decrease-and-economic-growth ; pristupljeno 13. lipnja 2024.

[3] Matteo Dimai, *Modeling and Forecasting Mortality with Economic, Environmental and Lifestyle Variables* 2023. Poveznica: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4394933 ; pristupljeno 14. lipnja 2024.

[4] Nick Turner, Kendra Robbins *Association Between County-Level Natality and Income in the US, 2000-2020*, 2022. Poveznica: https://jamanetwork.com/journals/jamapediatrics/fullarticle/2799041 ; pristupljeno 14. lipnja 2024.

[5] A. J. Coale, D. R. McNeil, *The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort* 1972. Poveznica: https://u.demog.berkeley.edu/~jrw/Biblio/Eprints/%20A-C/coale.mcneil.1972_first.marriage_JASA.pdf ; pristupljeno 14. lipnja 2024.

[6] Xiaoxia Zhu, Zhixin Zhu, Lanfang Gu, Liang Chen, Yancen Zhan, Xiuyang Li, Cheng Huang, Jiangang Xu, Jie Li *Prediction models and associated factors on the fertility behaviors of the floating population in China* 2022. Poveznica: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC9521649/ ; pristupljeno 14. lipnja 2024.

[7] Douglas R.Leasure, Warren C.Jochem, Eric M.Weber, Andrew J.Tatem *National population mapping from sparse survey data: A hierarchical Bayesian modeling framework to account for uncertainty* 2020. Poveznica: https://www.pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.1913050117 ; pristupljeno 14. lipnja 2024.

[8] Fatih Veli Şahinarslan, Ahmet Tezcan Tekin, Ferhan Çebi *Application of machine learning algorithms for population forecasting,* 2021. Poveznica: https://www.researchgate.net/publication/360183940_Application_of_machine_learning_algorithms_for_population_forecasting ; pristupljeno 14. lipnja 2024.

[9] WorldBank, DataBank . Poveznica: https://databank.worldbank.org/ ; pristupljeno 20. ožujka 2024.

[10] Eurostat, baza podataka . Poveznica: https://ec.europa.eu/eurostat/en/web/main/data/database ; pristupljeno 12. ožujka 2024.

[11] Macrotrends . Poveznica: https://www.macrotrends.net/global-metrics/countries/HRV/croatia/ ; pristupljeno 4. travnja 2024.

[12] Hrvatska narodna banka (HNB) . Poveznica: https://www.hnb.hr/statistika/statisticki-podaci ; pristupljeno 12. ožujka 2024.

[13] Maddison Project Database 2023. Poveznica: https://www.rug.nl/ggdc/historicaldevelopment/maddison/releases/maddison-project-database-2023 ; pristupljeno 10. svibnja 2024.

[14] Spiceworks, *What is Linear Regression? Types, Equation, Examples, and Best Practices for 2022* . Poveznica: https://www.spiceworks.com/tech/artificial-intelligence/articles/what-is-linear-regression/#:~:text=Linear%20regression%20is%20an%20algorithm,machine%20learning%20for%20predictive%20analysis. ; pristupljeno 12. lipnja 2024.

[15] Influxdata, *Exponential Smoothing: A Beginner's Guide to Getting Started* 2023. Poveznica: https://www.influxdata.com/blog/exponential-smoothing-beginners-guide/ ; pristupljeno 12. lipnja 2024.

[16] OTexts™ , *Chapter 7 Exponential smoothing* . Poveznica: https://otexts.com/fpp2/expsmooth.html ; pristupljeno 12. lipnja 2024.

[17] ZeroToMastery, *ARIMA, SARIMA, and SARIMAX Explained* . Poveznica: https://zerotomastery.io/blog/arima-sarima-sarimax-explained/ ; pristupljeno 13. lipnja 2024.

[18] Simplilearn, *What is XGBoost? An Introduction to XGBoost Algorithm in Machine Learning* . Poveznica: https://www.simplilearn.com/what-is-xgboost-algorithm-in-machine-learning-article ; pristupljeno 13. lipnja 2024.

# Sažetak

Prediktivno modeliranje godišnjih stopa nataliteta i mortaliteta u Republici Hrvatskoj na temelju demografskih i ekonomskih varijabli

Rad se temelji na prediktivnom modeliranju nataliteta i mortaliteta u Republici Hrvatskoj. Cilj je identificirati ključne varijable koje utječu na promjene broja rođenih i umrlih te izgradnja predikcijskih modela. Koriste se sljedeći modeli: linearna regresija, Holt, Holt-Winters, ARIMAX, XGBoost. Rezultati pokazuju da su jednostavni modeli poput linearne regresije i Holtove metode dovoljno dobri za ovakav problem. Većina modela ima zadovoljavajuće performanse te prati trendove u podatcima. Bolje performanse su ostvarene kod predikcija za mortalitet.

Ključne riječi: mortalitet, natalitet, stanovništvo, linearna regresija, Holt, ARIMAX, XGBoost, prediktivno modeliranje

# Summary

Predictive modeling of the annual natality and mortality rates in the Republic of Croatia based on demographic and economic variables

The study is based on predictive modeling of birth and mortality rate in Republic of Croatia. The aim is to identify key variables that influence changes in number of births and deaths and to develop predictive models. Following models were used: linear regression, Holt, ARIMAX, XGBoost. The results show that simple models like linear regression and Holt are sufficient for this problem. Most models have good performance and follow data trends. Better performances were achieved for mortality predictions.

Key words: mortality; birth rate; population; linear regression; Holt; ARIMAX; XGBoost; predictive modeling