

Projektiranje laboratorijskog postava helikoptera s dva stupnja slobode

Mikulić, Jurica

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Electrical Engineering and Computing / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:168:074270>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-13**



Repository / Repozitorij:

[FER Repository - University of Zagreb Faculty of Electrical Engineering and Computing repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 2497

**PROJEKTIRANJE LABORATORIJSKOG POSTAVA
HELIKOPTERA S DVA STUPNJA SLOBODE**

Jurica Mikulić

Zagreb, veljača 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 2497

**PROJEKTIRANJE LABORATORIJSKOG POSTAVA
HELIKOPTERA S DVA STUPNJA SLOBODE**

Jurica Mikulić

Zagreb, veljača 2024.

DIPLOMSKI ZADATAK br. 2497

Pristupnik: **Jurica Mikulić (0036480938)**
Studij: Elektrotehnika i informacijska tehnologija
Profil: Elektrotehnički sustavi i tehnologija
Mentor: prof. dr. sc. Jadranko Matuško

Zadatak: **Projektiranje laboratorijskog postava helikoptera s dva stupnja slobode**

Opis zadatka:

U radu je potrebno projektirati i izraditi laboratorijski postav helikoptera s dva stupnja slobode. Prvenstvena namjena takvog postava je testiranje različitih algoritama upravljanja sustavima s više ulaza i izlaza (MIMO sustavi). Nakon izrade laboratorijskog postava potrebno je eksperimentalno potvrditi njegovu funkcionalnost. Dodatno je potrebno projektirati linearni kvadratični regulator za upravljanje zakretom i nagibom helikoptera. Projektirani sustav upravljanja potrebno je testirati u programskom alatu Matlab/Simulink te eksperimentalno na laboratorijskom postavu helikoptera s dva stupnja slobode

Rok za predaju rada: 9. veljače 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 2463

**Projektiranje laboratorijskog
postava helikoptera s dva stupnja
slobode**

Jurica Mikulić

Zagreb, ožujak 2024.

*Umjesto ove stranice umetnite izvornik Vašeg rada.
Da bi ste uklonili ovu stranicu obrišite naredbu \izvornik.*

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Jadranku Matušku što je imao zanimljiva i poučna predavanja čime me motivirao za radom u njegovom području i što mi je zadavao zanimljive teme kako na prethodnim projektima, a tako i u ovom radu.

Zahvaljujem se obitelji na podršci kroz školovanje od prvog stavljanja torbe na ramena do fakultetske diplome.

Zahvala i svim kolegama i prijateljima na fakultetu na pomoći i savjetima kroz fakultet.

SADRŽAJ

Popis slika	vi
Popis tablica	viii
Popis kôdova	ix
Uvod	x
1. Opis laboratorijskog sustava	1
2. Modeliranje sustava	2
2.1. Matematičko modeliranje	3
2.2. Linearizacija modela sustava	5
2.3. Zapis sustava u prostoru stanja	5
3. Određivanje sile potisaka propellerskih sustava	7
3.1. Mjerenje potisaka	7
3.2. MATLAB skripte za grafički prikaz i izračun koeficijenata	8
3.3. Grafički prikaz i aproksimacije krivulja	11
3.4. Matematički zapis krivulje ovisnosti sile potiska o ulaznom napone	14
4. Sinteza linearnog kvadratičnog regulatora	16
5. Simulacija vladanja sustava	18
5.1. MATLAB skripta za inicijalizaciju parametara	18
5.2. Odabir matrica Q, R i K	20
5.3. Simulink shema sustava	21
5.4. Analiza simulacije vladanja sustava upravljanja	22

6. Laboratorijski postav	24
6.1. Mehanički dio	24
6.2. Sklopovlje i motorski sustavi	31
6.3. Parametri sustava	32
6.4. Komunikacijski blok u Simulinku	34
6.5. Analiza rada laboratorijskog postava kod referentnih vrijednosti . . .	36
7. Zaključak	40

POPIS SLIKA

1.1. Laboratorijski postav u mirovanju	1
2.1. Ilustracija koja prikazuje dva stupnja slobode gibanja helikoptera . . .	2
3.1. Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije za os skretanja (engl. yaw) . . .	12
3.2. Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije za os poniranja (engl. pitch) . . .	12
3.3. Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije za yaw os bez mrtve zone . . .	13
3.4. Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije os poniranja bez mrtve zone . . .	13
3.5. Krivulje potisaka za obje osi	14
4.1. Simulink shema sustava upravljanja kutovima poniranja i skretanja . . .	17
5.1. Matematički model laboratorijskog postava	21
5.2. Odzivi kuteva skretanja i poniranja (simulacije sustava)	22
5.3. Odzivi brzina poniranja i skretanja (simulacije sustava)	23
5.4. Odzivi ulaznih napona (simulacije sustava)	23
6.1. Držać motora u osi poniranja	24
6.2. Držać motora osi u osi skretanja	25
6.3. Poklopac držača motora u osi skretanja	25
6.4. Zaštita motora u osi poniranja (printano bez donje i gornje ispune) . . .	26
6.5. Zaštita motora u osi skretanja (printano bez donje i gornje ispune) . . .	26
6.6. Propeler motorskih sustava	27
6.7. Spojnik štapa i motorskih sustava s centralnim nosačem	27
6.8. Centralni nosač (motorski sustavi sa štapom i enkoder u osi skretanja) . . .	28
6.9. Centralni stabilizator (printano bez donje i gornje ispune)	28
6.10. Prihvat postava za montiranje	29
6.11. Poklopac nosećih stupova	29
6.12. Kutija za smještaj elektronike	30
6.13. Poklopac kutije za smještaj elektronike	30

6.14. Motor u osi poniranja	31
6.15. Motor u osi skretanja	32
6.16. H-most L298N	32
6.17. Rotacijski enkoder	33
6.18. Nucleo oznake F411RE	33
6.19. Komunikacijski blok u sustavu upravljanja	35
6.20. Ulazni dio u komunikacijskom bloku	35
6.21. Izlazni dio u komunikacijskom bloku	36
6.22. Odzivi kuteva obje osi	37
6.23. Odzivi brzina zakreta obje osi	37
6.24. Postotne vrijednosti napona napajanja motora	38
6.25. Laboratorijski postav u radu (stabilizirana os poniranja)	39
6.26. Laboratorijski postav u radu (stabilizirana os skretanja)	39

POPIS TABLICA

3.1. Sile uzgona s odgovarajućim naponima u osi skretanja	8
3.2. Sile uzgona sa odgovarajućim naponima u osi poniranja	8
6.1. Osnovni parametri sustava	34

POPIS KÔDOVA

3.1. Izračun potisaka za os skretanja (engl. yaw)	8
3.2. Izračun potisaka za os poniranja (engl. pitch)	9
3.3. Glavni kod za pokretanje izračuna	11
4.1. Funkcija za izračun matrice pojačanja	17
5.1. Inicijalizacija parametara i izračun matrice pojačanja K	18

UVOD

Zadatak ovog rada je projektiranje laboratorijskog postava helikoptera s dva stupnja slobode. Samo projektiranje se sastoji od nekoliko multidisciplinarnih ključnih koraka, a svrha samog rada je prikaz i testiranje mehatroničkog sustava kao cjeline. Ovakav laboratorijski postav je primjer sustava s više ulaza i izlaza (MIMO sustav).

Prvi dio je bio realizirati mehanički postav korištenjem dvaju motora sustava povezanih u odgovarajuću cjelinu s odgovarajućim elementima. Zatim je identificiran matematički model koji je lineariziran i prikazan u prostoru stanja u svrhu sinteze LQR regulatora.

Konačno, provjerena je funkcionalnost laboratorijskog postava tako što je ista eksperimentalno potvrđena.

Svaki od koraka je detaljnije objašnjen u nastavku ovog rada, a opisani su korišteni elementi, način i implementacija u zasebnim poglavljima. Sama sklopovska izvedba, iako je kronološki bila prva po redu, opisana je na kraju ovog diplomskog rada.

1. Opis laboratorijskog sustava

Mehatročki sustav tj. laboratorijski postav helikoptera s dva stupnja slobode (slika 1.1) sastoji se od nekoliko osnovnih elemenata .

Glavni dio su dva motorska sustava međusobno spojeni aluminijskim štapom. Motorski sustav se sastoji od motora na čiju osovinu je spojen propeler, držača i zaštite. Oni su međusobno kompletno različiti, osim u propelerima. Njihova svrha je stvaranje potisaka da bi se ostvarilo dva stupnja slobode gibanja, a to su kutevi poniranja (engl. pitch) ϑ i skretanja (engl. yaw) φ . Razlika između motorskih sustava proizlazi iz toga što nije potrebna velika sila potisaka za os skretanja pa je tu montiran motor slabijih karakteristika koji je fizikalno manji.

U središnjem dijelu je glavno aluminijsko postolje koje drži motorske sustave sa štapom i koji ima montirane enkodere za mjerenje zakreta osi. Također, potrebna elektronika je montirana u središnji dio te je sve skupa pričvršćeno na drvenu dasku. Svi plastični dijelovi su projektirani na računalu i izrađeni tehnikom 3D tiska.

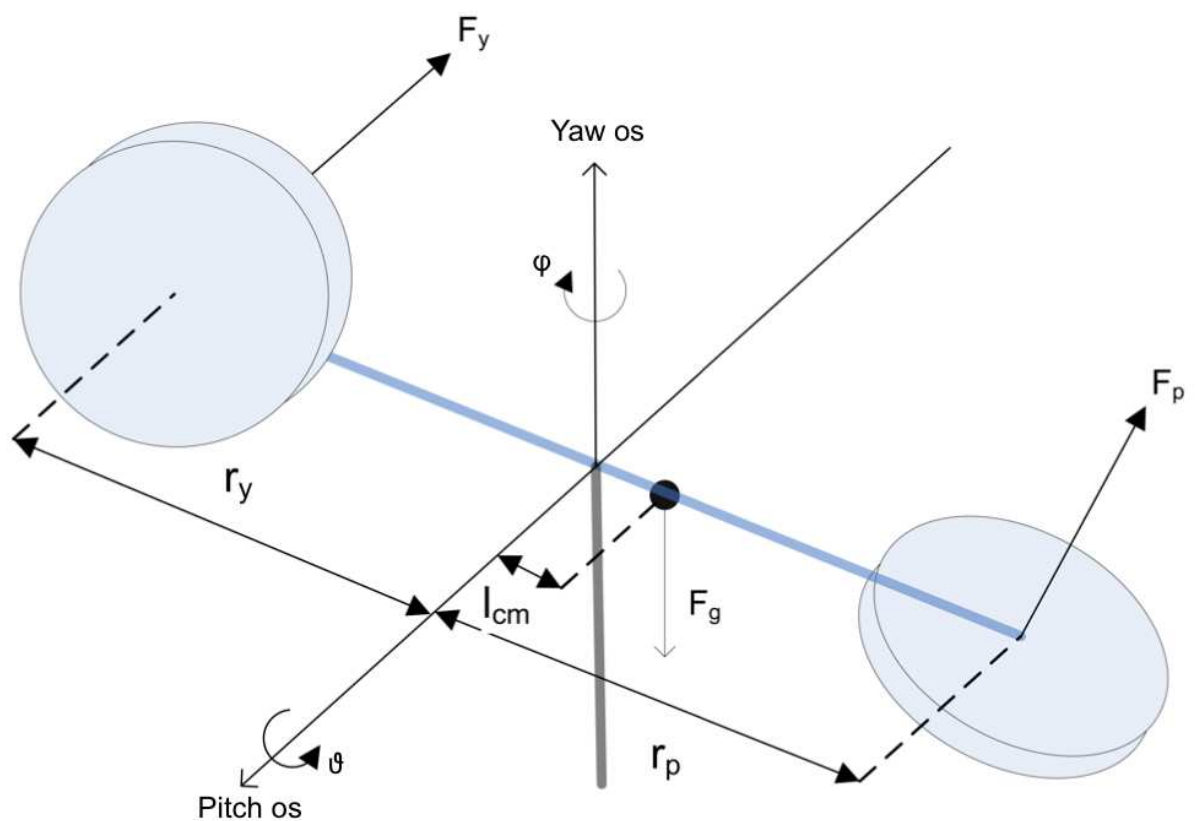
Elektronika u središnjem dijelu se sastoji od Nucleo pločice s H-mostom i potrebnim napajanjem. U poglavlju 6.2 je detaljnije opisan elektronički dio.



Slika 1.1: Laboratorijski postav u mirovanju

2. Modeliranje sustava

Kako bi se ostvarila kvalitetno upravljanje i ispravan rad sustava, potrebno je na adekvatan način matematički opisati sustav kojim se upravlja. To će biti ostvareno kroz nekoliko koraka, pobliže objašnjenih u nastavku, a sve prema modificiranoj ilustraciji koja opisuje laboratorijski postav. Ilustracija je prikazana na slici 2.1 (originalan izvor: 2 DOF Helicopter Experiment for LabView Users, 2012 Quanser Inc.).



Slika 2.1: Ilustracija koja prikazuje dva stupnja slobode gibanja helikoptera

2.1. Matematičko modeliranje

U ovom radu se kao i kod mnogih drugih matematičkih opisa sustava, koristi Lagrange-ova metoda koja se zasniva na energetsom promatranju vladanja sustava uvodeći pritom novu varijablu koja karakterizira stanje gibanja sustava, tzv. Lagrangian, definiran kao razlika kinetičke i potencijalne energije sustava. Općenite jednadžbe Lagrangeove metode su:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L} = E_k - E_p \quad (2.2)$$

gdje su:

q_i - i-ta poopćena varijabla sustava

\mathcal{L} - Lagrangian sustava

E_k - kinetička energija sustava

E_p - potencijalna energija sustava

Q_i - poopćena sila u smjeru i-te poopćene varijable

Uz pretpostavku da su poopćene varijable sustava kut poniranja (engl. pitch) ϑ i kut skretanja (engl. yaw) φ jednadžbe potencijalne (energija položaja u prostoru) i kinetičke energije (energija gibanja) sustava se mogu zapisati kao

$$E_p = m_H g l_{cm} \sin(\vartheta) \quad (2.3)$$

$$E_k = \frac{1}{2} J_p \dot{\vartheta}^2 + \frac{1}{2} J_y \cos^2(\vartheta) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_H (\dot{\vartheta}^2 + \cos^2(\vartheta) \dot{\varphi}^2) l_{cm}^2 \quad (2.4)$$

Članovi kinetičke energije su redom: energija oko pitch osi, energija oko yaw osi i energija translacije centra mase, a ostale varijable su:

ϑ - kut poniranja

φ - kut skretanja

m_H - masa cijelog sustava (helikoptera)

l_{cm} - udaljenost između centra mase i točke rotacije

J_p - moment tromosti oko osi poniranja

J_y - moment tromosti osi skretanja

Momenti tromosti su definirani kao:

$$J_p = \frac{1}{12} m_s L_s^2 + (m_p + m_y) \frac{L_s^2}{4} \quad (2.5)$$

$$J_y = \frac{1}{12}m_s L_s^2 + (m_p + m_y)\frac{L_s^2}{4} \cos^2(\vartheta) \quad (2.6)$$

gdje su:

m_s - masa štapa

L_s - duljina štapa

m_p - masa pitch motorskog sustava (motor, propeler i zaštita)

m_y - masa yaw motorskog sustava (motor, propeler i zaštita)

Uvrštavanjem izraza za potencijalnu i kinetičku energiju (2.6) i (2.4) u Lagrangian sustav (2.2) i sređivanjem dobijemo:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[(J_p + m_H l_{cm}^2)\dot{\vartheta}^2 + (J_y + m_H l_{cm}^2) \cos^2(\vartheta)\dot{\varphi}^2] - m_H g l_{cm} \sin(\vartheta) \quad (2.7)$$

Kako bi odredili jednadžbe sustava trebamo naći rješenja sljedećih jednadžbi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vartheta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vartheta} = Q_\vartheta \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} = Q_\varphi \quad (2.9)$$

gdje su Q_ϑ i Q_φ poopćene sile u smjeru osi poniranja i skretanja, definirane kao:

$$Q_\vartheta = K_{pp}u_p + K_{py}u_y - B_p\dot{\vartheta} \quad (2.10)$$

$$Q_\varphi = K_{yy} \cos(\vartheta)u_y + K_{yp}u_p - B_y\dot{\varphi} \quad (2.11)$$

gdje su:

u_p i u_y - konstante napona na motorima

K_{pp} i K_{yy} - konstante momenata obje osi u vlastitim smjerovima

K_{py} i K_{yp} - konstante momenata obje osi u smjerovima suprotnih osi

B_p i B_y - konstante viskoznih trenja za svaku os

Budući da se sile potisaka dobiju eksperimentalno, moguće je zanemariti trenje. Također momenti koji nastaju od motorskih sustava, a negativno djeluju na suprotne osi se mogu zanemariti jer su malih iznosa relativno prema cijelom laboratorijskom postavu što se može vidjeti ako se motori uključe bez regulatora. Stoga su nove vrijednosti:

$$Q_\vartheta = K_{pp}u_p \quad (2.12)$$

$$Q_\varphi = K_{yy} \cos(\vartheta)u_y \quad (2.13)$$

Rješenja jednažba (2.8) i (2.9) koja daju nelinearni model uz uvrštavanja jednažbi 2.7, 2.8, 2.9, 2.14 i 2.15 uz sređivanje oba izraza su:

$$\ddot{\vartheta} = \frac{-m_H g l_{cm}}{J + m_H l_{cm}^2} \cos(\vartheta) - \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) \dot{\varphi}^2 + \frac{K_{pp} u_p}{J + m_H l_{cm}^2} \quad (2.14)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{2m_H g l_{cm}^2}{(J + m_H l_{cm}^2) \cos^2(\vartheta)} \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) \dot{\vartheta} \dot{\varphi} + \frac{K_{yy} \cos(\vartheta) u_y}{(J + m_H l_{cm}^2) \cos^2(\vartheta)} \quad (2.15)$$

Dalje slijedi linearizacija dobivenih jednažbi.

2.2. Linearizacija modela sustava

Za potrebe projektiranja linearnog kvadratičnog regulatora potrebno je provesti linearizaciju nelinearnih jednažbi (2.14) i (2.15) U stacionarnom stanju sve derivacije su jednake nuli, a linearizacija se provodi za male iznose kuteva, stoga vrijedi:

$$\ddot{\vartheta} = \dot{\vartheta} = \ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0 \quad (2.16)$$

$$\sin(\vartheta) \approx \vartheta \quad (2.17)$$

$$\cos(\vartheta) \approx 1 \quad (2.18)$$

Koristeći prethodne izraze (2.16)-(2.18), linearizirni model sustava glasi:

$$\ddot{\vartheta} = \frac{K_{pp} u_p - m_H g l_{cm}}{J + m_H l_{cm}^2} \quad (2.19)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{K_{yy} u_y}{J + m_H l_{cm}^2} \quad (2.20)$$

Time smo proveli linearizaciju i možemo odrediti odgovarajući zapis sustava u prostoru stanja.

2.3. Zapis sustava u prostoru stanja

Da bi mogli provesti sintezu linearnog kvadratičnog regulatora (LQR) prvo moramo zapisati jednažbe sustava u prostoru stanja. Uz definirane jednažbe lineariziranog sustava, vladanje sustava oko nule zapisujemo u prostoru stanja prema izrazima:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.21)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.22)$$

gdje su:

$x(t)$ - vektor stanja nekog sustava

$u(t)$ - vektor ulaznih vrijednosti sustava

$y(t)$ - vektor izlaznih vrijednosti sustava

Ovi vektori su definirani na sljedeći način:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \vartheta(t) & \varphi(t) & \dot{\vartheta}(t) & \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.23)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_p(t) & u_y(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} \vartheta(t) & \varphi(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.25)$$

Dok su matrice A, B i C definirane sljedećim izrazima:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{pp}}{J+m_H l_{cm}^2} & 0 \\ 0 & \frac{K_{yy}}{J+m_H l_{cm}^2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-m_H g l_{cm}}{J+m_H l_{cm}^2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

3. Određivanje sile potisaka propelerskih sustava

Kako bismo odredili parametre modela sustava, trebamo odrediti ovisnost sile potiska propelera o ulaznoj vrijednosti, odnosno ulaznom naponu motora.

Nepoznata je relacija između potisaka propelera i napona na motoru zbog toga što su propeleri izrađeni tehnologijom 3D tiskai te brušeni, a i takvi proračuni su komplicirani i prelaze okvire ovog rada. Zbog toga se potisak određuje eksperimentalno, mjerenjem s kuhinjskom vagom.

3.1. Mjerenje potisaka

Mjerenje se provodi tako da se motor pričvrsti na vagu te se na armature dovodi vrijednost napona da se postigne dovoljan uzgon koji smanji masu cijelog sustava za neku definiranu vrijednost. Fizikalno, uzgon smanjuje utjecaj sile teže, ali vaga prikazuje masu u gramima.

Ta mjerenja se provode dva puta, za svaki od motorskih sustava jer nisu korišteni isti motori, a postoje i razlike u propelerima iako su one jako malih vrijednosti.

Ovakvo mjerenje daje zadovoljavajuće rezultate jer se provodi na motorskim sustavima i napajanju koji se u konačnici i koriste za ovaj laboratorijski postav, a dobivena funkcija se linearno aproksimira.

U sljedećim tablicama su izmjerene vrijednosti za osi skretanja i poniranja (tablica 3.1 i tablica 3.2).

Tablica 3.1: Sile uzgona s odgovarajućim naponima u osi skretanja

m[g]	0	5	10	15	20	25	30	32
F[N]	0	0.0491	0.0981	0.1472	0.1962	0.2453	0.2943	0.3139
U[V]	0	3.84	5.3	6.5	8.08	8.82	9.6	10

Tablica 3.2: Sile uzgona sa odgovarajućim naponima u osi poniranja

m[g]	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	59
F[N]	0	0.049	0.098	0.147	0.196	0.245	0.294	0.343	0.392	0.442	0.491	0.54	0.579
U[V]	0	2.83	3.57	4.28	5.26	6	6.86	7.84	8.9	9.3	9.6	9.8	10

3.2. MATLAB skripte za grafički prikaz i izračun koeficijenata

U nastavku su dane MATLAB skripte koje služe za generiranje grafičkog prikaza i za izračun koeficijenata aproksimiranih pravaca.

```
1 %% Potisak_kod_yaw_osi.m
2
3 %Mjerene vrijednost yaw osi
4 yaw_x = [0 3.84 5.3 6.5 8.08 8.82 9.6 10]; %Volti
5 yaw_y = [0 5 10 15 20 25 30 32]; %Grami
6
7 yaw_y_F = (9.81/1000) * yaw_y; %Sila
8
9 %Polyfit aproksimacija
10 yaw_koef = polyfit(yaw_x, yaw_y_F, 1)
11 yaw_y_p = yaw_x * yaw_koef(1) + yaw_koef(2);
12
13 %Polyfit aproksimacija i zanemarenje mrtve zone
14 yaw_x_bez_nule = yaw_x(2:end);
15 yaw_y_F_bez_nule = yaw_y_F(2:end);
```

```

16 yaw_koef_bez_nule = polyfit(yaw_x_bez_nule,
    yaw_y_F_bez_nule, 1)
17 yaw_y_p_bez_nule = yaw_x * yaw_koef_bez_nule(1) +
    yaw_koef_bez_nule(2);
18 yaw_y_p_bez_nule_i_odsjecka = yaw_x * yaw_koef_bez_nule
    (1);
19
20 %Prvi yaw graf - mjerenje i polyfit
21 figure;
22 plot(yaw_x, yaw_y_F, 'b-o');
23 hold on;
24 plot(yaw_x, yaw_y_p, 'r');
25 grid on;
26 title('Motor yaw osi');
27 ylabel('Sila potiska [N]');
28 xlabel('Napon motora [V]');
29 legend('Mjerenje', 'Polyfit', Location='southeast');
30
31 %Drugi yaw graf - mjerenje i polyfit uz zanemarenje
    nultog stanja (mrtve zone)
32 figure;
33 plot(yaw_x, yaw_y_F, 'b-o');
34 hold on;
35 plot(yaw_x, yaw_y_p_bez_nule, 'r');
36 grid on;
37 title('Motor yaw osi - zanemarena mrtva zona');
38 ylabel('Sila potiska [N]');
39 xlabel('Napon motora [V]');
40 legend('Mjerenje', 'Polyfit', Location='southeast');

```

Kôd 3.1: Izračun potisaka za os skretanja (engl. yaw)

```

1 %% Potisak_kod_pitch_osi.m
2
3 %Mjerene vrijednost pitch osi
4 pitch_x = [0 2.83 3.57 4.28 5.26 6 6.86 7.84 8.9 9.3 9.6

```

```

    9.8 10]; %Volti
5 pitch_y = [0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 59]; %Grami
6
7 pitch_y_F = (9.81/1000) * pitch_y; %Sila
8
9 %Polyfit aproksimacija
10 pitch_koef = polyfit(pitch_x, pitch_y_F, 1)
11 pitch_y_p = pitch_x * pitch_koef(1) + pitch_koef(2);
12
13 %Polyfit aproksimacija i zanemarenje mrtve zone
14 pitch_x_bez_nule = pitch_x(2:end);
15 pitch_y_F_bez_nule = pitch_y_F(2:end);
16 pitch_koef_bez_nule = polyfit(pitch_x_bez_nule,
    pitch_y_F_bez_nule, 1)
17 pitch_y_p_bez_nule = pitch_x * pitch_koef_bez_nule(1) +
    pitch_koef_bez_nule(2);
18 pitch_y_p_bez_nule_i_odsjecka = pitch_x *
    pitch_koef_bez_nule(1);
19
20 %Prvi pitch graf - mjerenje i polyfit
21 figure;
22 plot(pitch_x, pitch_y_F, 'b-o');
23 hold on;
24 plot(pitch_x, pitch_y_p, 'r');
25 grid on;
26 title('Motor pitch osi');
27 ylabel('Sila potiska [N]');
28 xlabel('Napon motora [V]');
29 legend('Mjerenje', 'Polyfit', Location='southeast');
30
31 %Drugi pitch graf - mjerenje i polyfit uz zanemarenje
    nultog stanja (mrtve zone)
32 figure;
33 plot(pitch_x, pitch_y_F, 'b-o');
34 hold on;
35 plot(pitch_x, pitch_y_p_bez_nule, 'r');

```



```

36 grid on;
37 title('Motor pitch osi - zanemarena mrtva zona');
38 ylabel('Sila potiska [N]');
39 xlabel('Napon motora [V]');
40 legend('Mjerenje', 'Polyfit', Location='southeast');

```

Kôd 3.2: Izračun potisaka za os poniranja (engl. pitch)

```

1 %% glavna_skripta.m
2
3 clear all;
4
5 run Potisak_kod_yaw_osi.m
6 run Potisak_kod_pitch_osi.m
7
8 figure;
9 plot(yaw_x, yaw_y_p_bez_nule_i_odsjecka, 'b');
10 hold on;
11 plot(pitch_x, pitch_y_p_bez_nule_i_odsjecka, 'r');
12 grid on;
13 title('Usporedba potisaka');
14 ylabel('Sila potiska [N]');
15 xlabel('Napon motora [V]');
16 legend('Yaw os', 'Pitch os', Location='southeast');

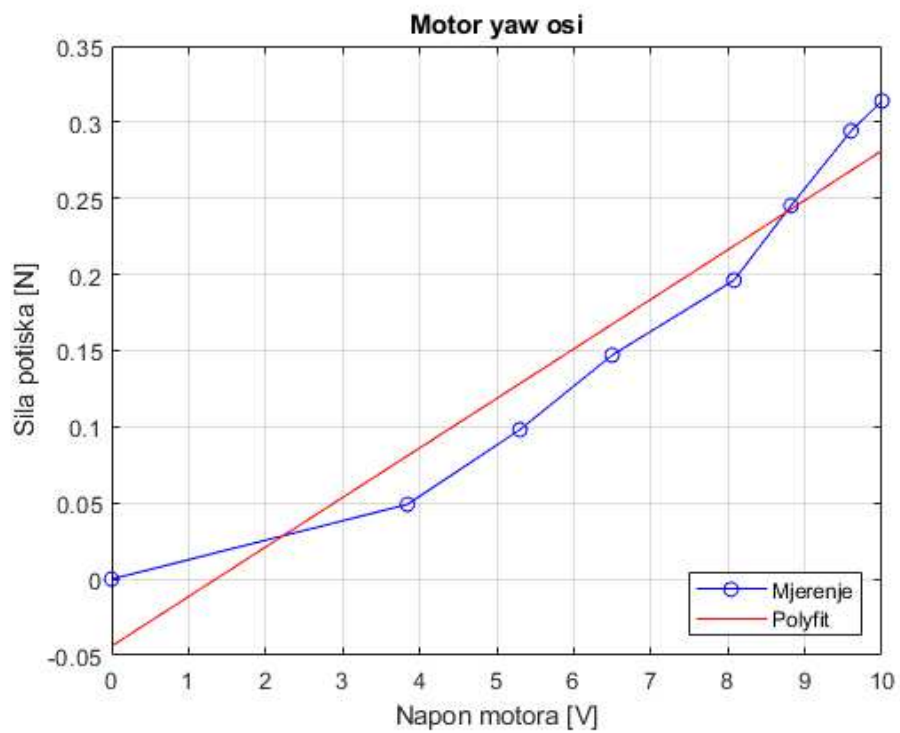
```

Kôd 3.3: Glavni kod za pokretanje izračuna

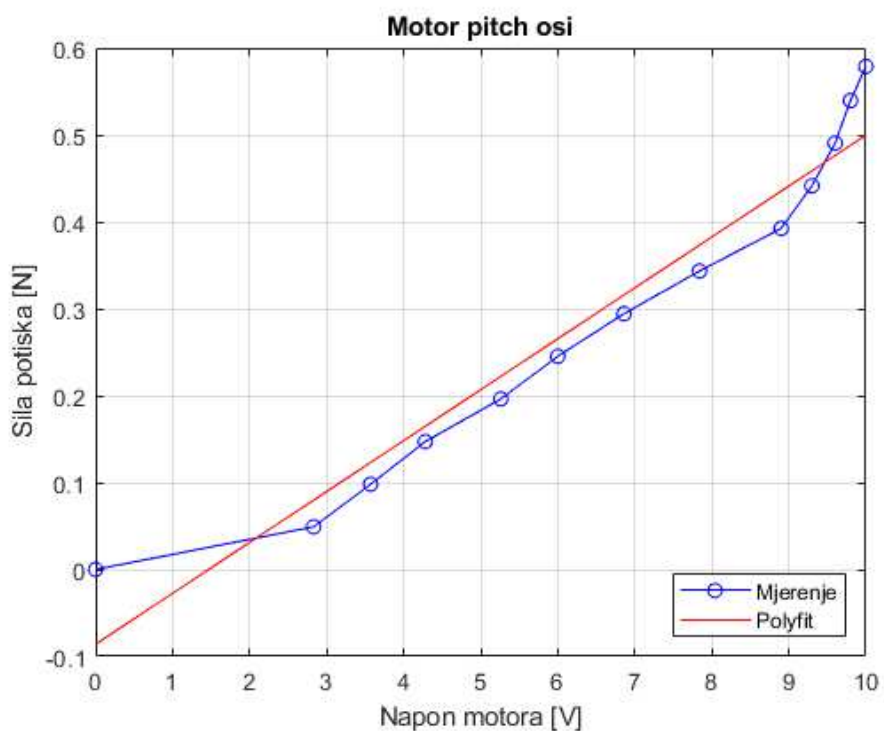
3.3. Grafički prikaz i aproksimacije krivulja

U nastavku su prikazani usporedni grafovi mjerenja i aproksimacije za obje osi (slika 3.1 i slika 3.2). Krivulje mjerenja su aproksimirane polinomom prvog stupnja koristeći MATLAB funkciju *polyfit*.

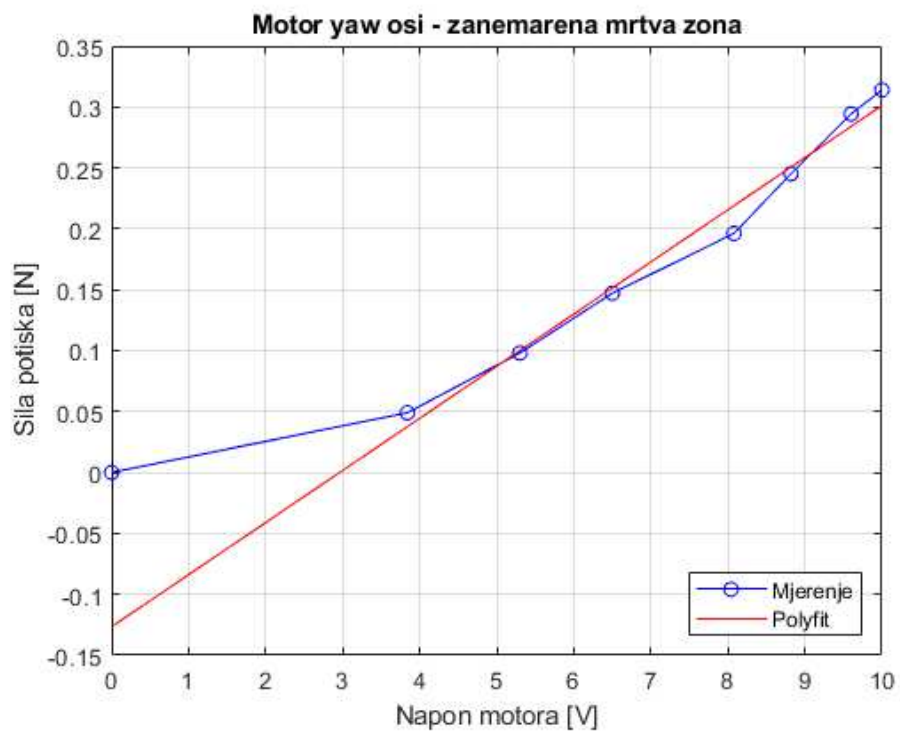
Kako kod motora postoji mrtva zona, odnosno period na početku gdje napon nije dovoljan za pokretanje motora (rotora), taj period se zanemaruje. Razlog tome je trenje i inercija motora. To je prikazano na slikama 3.3 i 3.4.



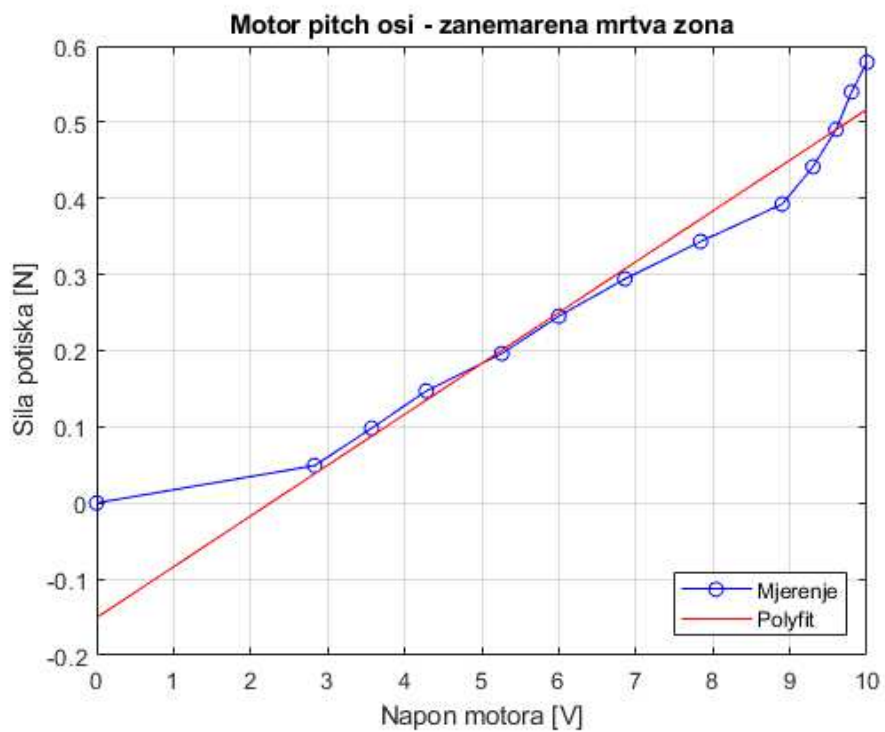
Slika 3.1: Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije za os skretanja (engl. yaw)



Slika 3.2: Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije za os poniranja (engl. pitch)

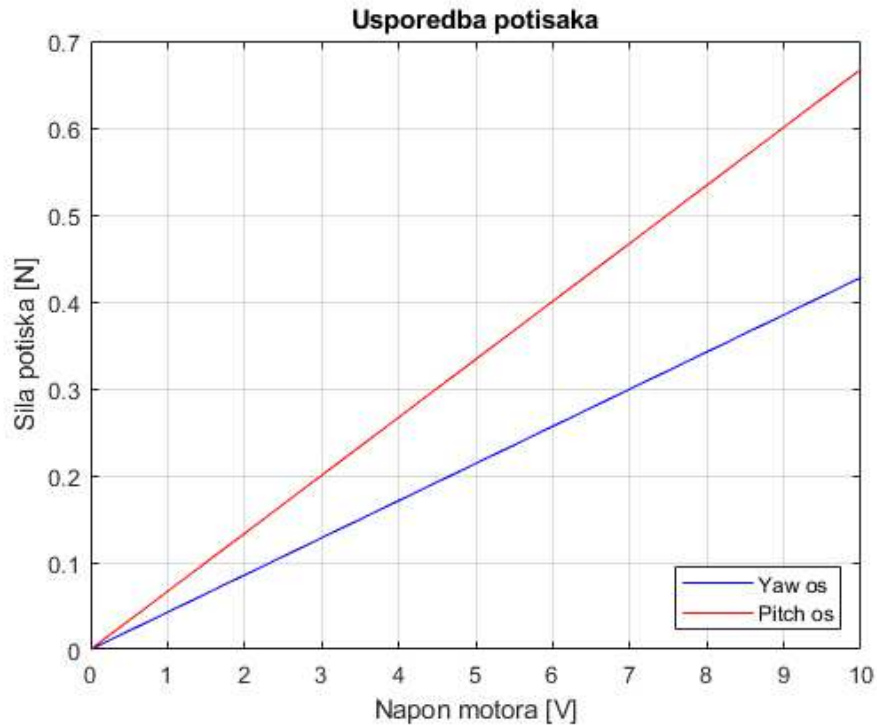


Slika 3.3: Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije za yaw os bez mrtve zone



Slika 3.4: Usporedba krivulje mjerenja i aproksimacije os poniranja bez mrtve zone

Konačno, na slici 3.5 je su prikazane aproksimirane krivulje obje osi (pravci) s linearnim ponašanjem bez slobodnog člana. Vidljivo je da su krivulje različite što je i očekivano budući da su različiti motori na osima. Motor u osi poniranja daje veći potisak, što je i cilj jer je potrebna veća sila potiska za okret na osi poniranja.



Slika 3.5: Krivulje potisaka za obje osi

3.4. Matematički zapis krivulje ovisnosti sile potiska o ulaznom napone

Koristeći MATLAB funkciju *polyfit* dobijemo koeficijente pravaca (slika 3.5). U nastavku su dane matematičke funkcije koje opisuju dobivene pravce:

$$f_z(u) = K_{pm}u = 0.0668u \quad (3.1)$$

$$f_n(u) = K_{ym}u = 0.0428u \quad (3.2)$$

gdje su:

K_{pm} - koeficijent pravca kod sile motora u osi poniranja

K_{ym} - koeficijent pravca kod sile motora u osi skretanja

Da bi modeliranje bilo potpuno definirane su momentne konstante motora:

$$K_{pp} = U_{pmax} K_{pm} r_p \quad (3.3)$$

$$K_{yy} = U_{ymax} K_{ym} r_y \quad (3.4)$$

gdje su:

U_{pmax} - maksimalna vrijednost napona koja se može dovesti motor u osi poniranja

U_{ymax} - maksimalna vrijednost napona koja se može dovesti na motor u osi skretanja

r_p - udaljenost od centra motora (rotora) do centra rotacije cijelog sustava

r_y - udaljenost od centra motora (rotora) do centra rotacije cijelog sustava

4. Sinteza linearnog kvadratičnog regulatora

Laboratorijskom postavu je potrebno eksperimentalno potvrditi njegovu funkcionalnost i u tu svrhu će se projektirati linearni kvadratični regulator, LQR (eng. Linear Quadratic Regulator) za upravljanje kutom zakreta i kutom poniranja. Parametri regulatora (vektor ili matrica pojačanja K) se određuje na način da se minimizira kvadratna funkcija troška sustava, definirana kao:

$$J = \int_0^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \quad (4.1)$$

$$e = x_{ref} - x \quad (4.2)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{\vartheta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{\dot{\vartheta}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{\dot{\varphi}} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{up} & 0 \\ 0 & r_{uy} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$u = K e \quad (4.5)$$

gdje su:

e - vektor pogreške sustava

Q - težinska matrica pogrešaka stanja sustava, tj. performansi

R - težinska matrica pogrešaka ulaza sustava, tj. napora aktuatora

u - ulaz sustava

K - matrica pojačanja

Specifični zahtjevi na vladanje sustava se ostvaruju variranjem koeficijenta u matricama Q i R . Matrica pojačanja regulatora K određuje se da se minimizira funkcija

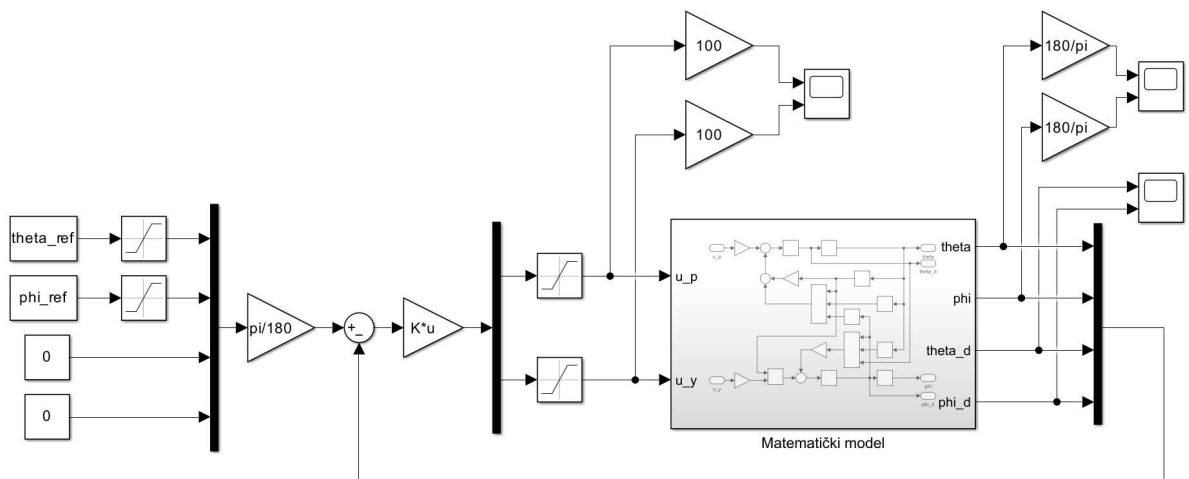
troška (4.1) za što se uvom radu koristi funkcija lqr u programskom sustavu MATLAB,:

```
1 K = lqr(A, B, Q, R);
```

Kôd 4.1: Funkcija za izračun matrice pojačanja

U poglavlju 5.2 je prikaz odabranih matrica Q i R te dobivene matrice K , a u nastavku je dana Simulink shema sustavam upravljanja kutovima a. poniranja i skretanja (slika 4.1).

Regulacijski krug se sastoji od referentnih ulaza, povratne veze i umnoška s matricom K . Također su dodani dodatni elementi za pretvorbu kuteva, ograničenja i elementi za praćenje dok je sam sustav laboratorijskog postava odnosno matematičkog modela odvojen u zasebnu cjelinu i objašnjen u zasebnim poglavljima.



Slika 4.1: Simulink shema sustava upravljanja kutovima poniranja i skretanja

5. Simulacija vladanja sustava

Prije korištenja regulatora na stvarnom modelu odnosno na laboratorijskom postavu, vladanje sustava upravljanja bit će provjereno simulacijski unutar Matlab/Simulink programskog okruženja. Kako je ranije naglašeno, odabiru se težinske matrice Q i R te se za tako definiranu funkciju troška računa iznos matrice pojačanja regulatora K .

5.1. MATLAB skripta za inicijalizaciju parametara

U nastavku je dana Matlab skripta gdje se za dane parametre sustava, te odabrane težinske matrice funkcije troška Q i R računa matrica pojačanja LQR-a K .

```
1 %% Inicijalizacija_parametara.m
2
3 %Osnovne vrijednosti
4 Ts = 0.001;
5 g = 9.81;
6
7 %Referentne vrijednosti
8 theta_ref = 42; %Kut vodoravnog položaja
9 phi_ref = 0;
10
11 %Podrucja rada (mjerne jedinice: [stupnjevi] i [V])
12 theta_max = 65;
13 phi_max = 90;
14 Upmax = 10;
15 Uymax = 10;
16
17 %Parametri sustava (mjerne jedinice: [kg] i [m])
18 m_p = 183/1000; %Ukupna masa pitch sustava
```



```

19 m_y = 100/1000; %Ukupna masa yaw sustava
20 m_s = 87/1000; %Masa "stapa"
21 m_H = m_p + m_y + m_s; %Ukupna masa sustava, tj.
    helikoptera
22
23 Lstapa = 890/1000; %Duljina samog stapa
24 l_p = 16/1000; %Duljina do centra pitch motora
25 l_y = 13/1000; %Duljina do centra yaw motora
26 Ls = Lstapa + l_p + l_y; %Ukupna duljina sustava (stap i
    motori)
27 l_cm = 22/1000; %Udaljenost izmedju centra mase i osi
    rotacije
28
29 r_p = (355/1000) + l_p; %Udaljenost izmedju osi rotacije
    i pitch motora
30 r_y = (535/1000) + l_y; %Udaljenost izmedju osi rotacije
    i yaw motora
31
32 %Momenti tromosti
33 Jb = 1/12*m_s*Lstapa^2; %Moment tromosti sustava stapa (
    stap i motori)
34 Jm = (m_p + m_y)*(Ls^2/4); %Moment tromosti motorskih
    sustava
35
36 J = Jb + Jm; %Ukupni moment tromosti
37
38 %Konstante potisaka
39 Kpm = 0.0668;
40 Kym = 0.0428;
41
42 %Momentne konstante
43 Kpp = Kpm*Upmax*r_p;
44 Kyy = Kym*Uymax*r_y;
45
46 %Konstante lineariziranog modela
47 Pc1 = Kpp/(J + m_H*l_cm^2);

```

```

48 Pc2 = -m_H*g*l_cm/(J + m_H*l_cm^2);
49
50 Yc1 = Kyy/(J + m_H*l_cm^2);
51 Yc2 = 2*m_H*l_cm^2/(J + m_H*l_cm^2);
52
53 %Prostor stanja
54 A = [0 0 1 0; 0 0 0 1; 0 0 0 0; 0 0 0 0];
55 B = [0 0; 0 0; Pc1 0; 0 Yc1];
56 C = [0; 0; Pc2; 0];
57 D = [1 0 0 0; 0 1 0 0];
58
59 %Matrica Q
60 Qtheta = 1e5;
61 Qphi = 0.5e3;
62 Qtheta_d = 0.5e5;
63 Qphi_d = 0.5e3;
64
65 Q = [Qtheta 0 0 0; 0 Qphi 0 0; 0 0 Qtheta_d 0; 0 0 0
      Qphi_d];
66
67 %Matrica R
68 Rp = 600;
69 Ry = 100;
70
71 R = [Rp 0; 0 Ry];
72
73 %Matrica K
74 K = lqr(A, B, Q, R);

```

Kôd 5.1: Inicijalizacija parametara i izračun matrice pojačanja K

5.2. Odabir matrica Q , R i K

Nakon testiranja i prolaženja kroz nekoliko iteracija uz različite iznose matrica Q i R , odabrani su sljedeći iznosi težinskih matrice Q i R , te je uz te iznose izračunata matrica

pojačanja K :

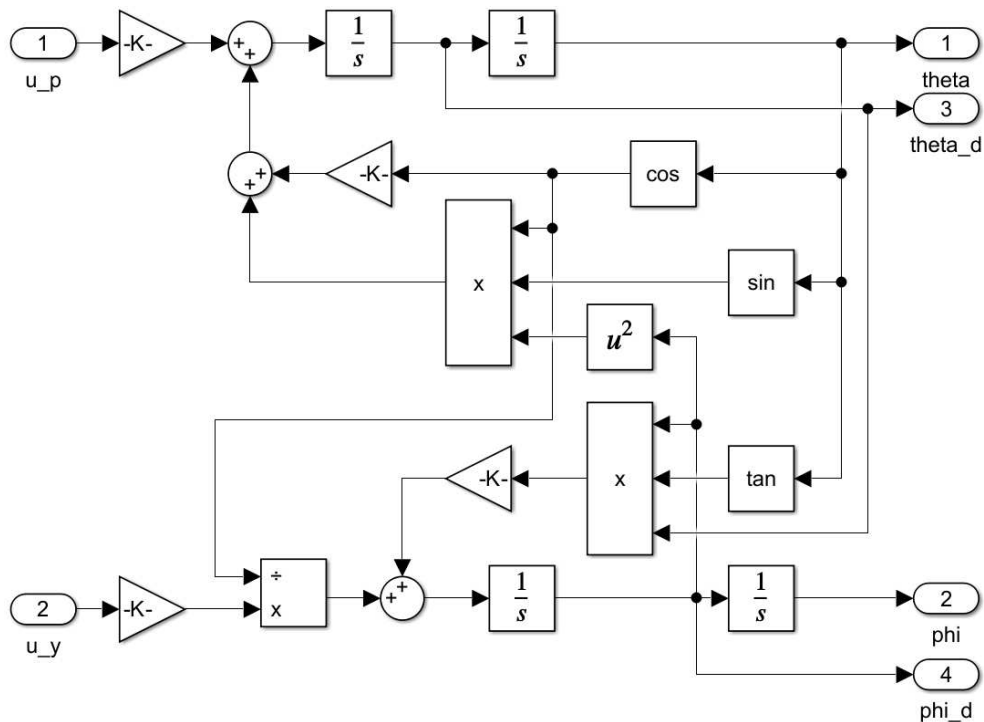
$$Q = \begin{bmatrix} 100000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 500 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$R = \begin{bmatrix} 600 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$K = \begin{bmatrix} 12.91 & 0 & 9.5 & 0 \\ 0 & 2.24 & 0 & 2.5 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

5.3. Simulink shema sustava

Matematički model laboratorijskog postava je opisan jednađbama (2.14) i (2.14) a one su predočene u Simulink-u prema blokovskoj shemi na sljedećoj slici (slika 5.1). Cijeli model je u zasebnom bloku, a korišteni su osnovni Simulink blokovi.

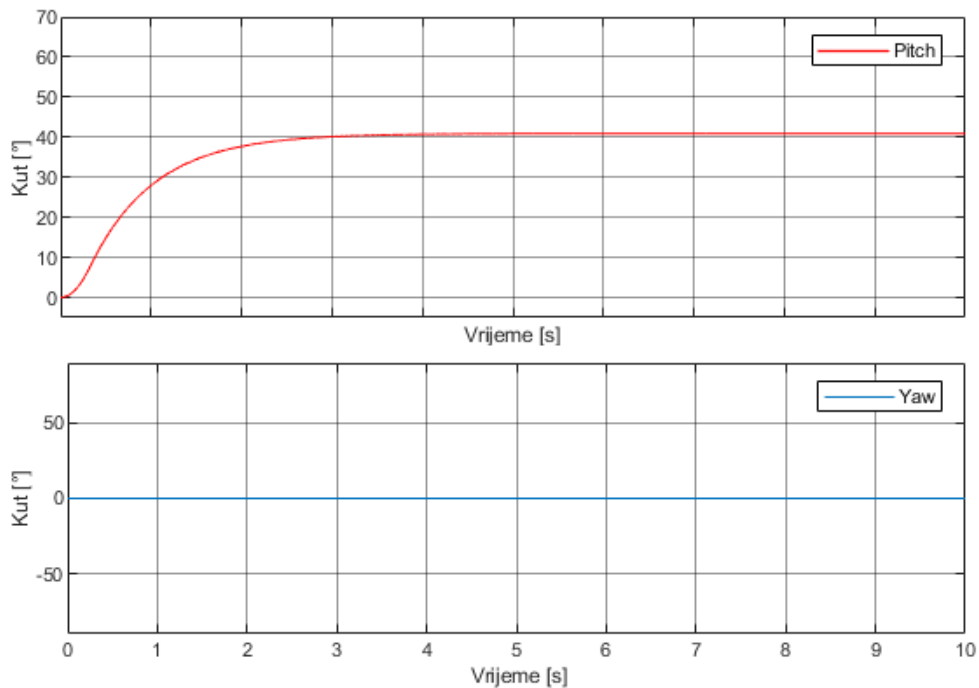


Slika 5.1: Matematički model laboratorijskog postava

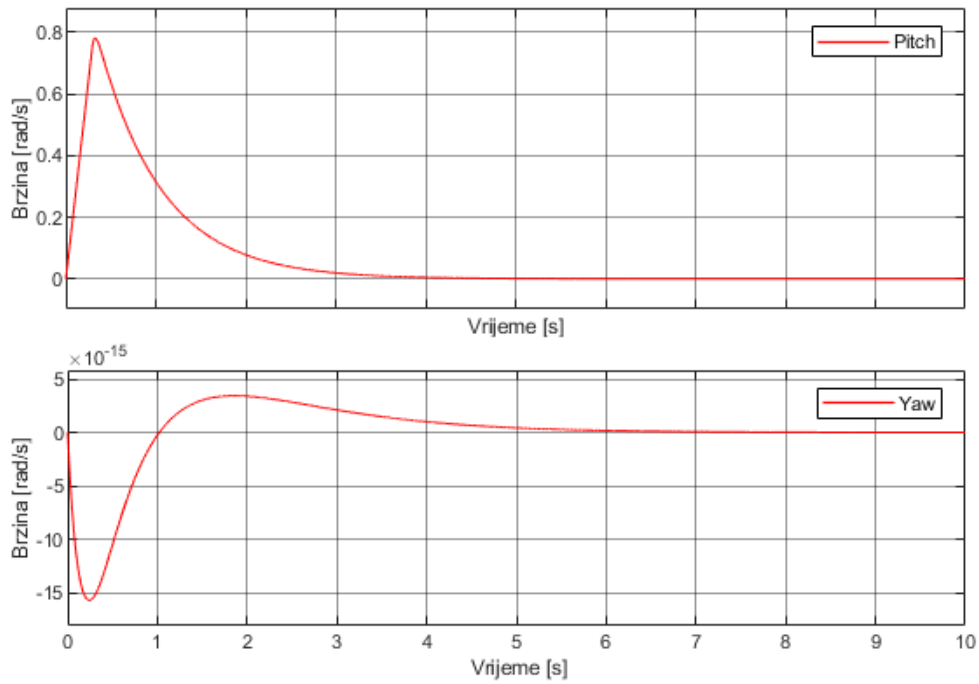
5.4. Analiza simulacije vladanja sustava upravljanja

Simulacijske provjere vladanja sustav upravljanja kutovima poniranja i skretanja helikoptera s dva stupnja slobode provedene su uz sljedeće referentne vrijednosti kutova skretanja i poniranja $\vartheta_{ref} = 42^\circ$ i $\varphi_{ref} = 0^\circ$. Ove referentne vrijednosti su odabrane jer odgovaraju stanju kada nema pomaka u zakretu, a nagib je u ravnini s podlogom, odnosno okomit na postolje.

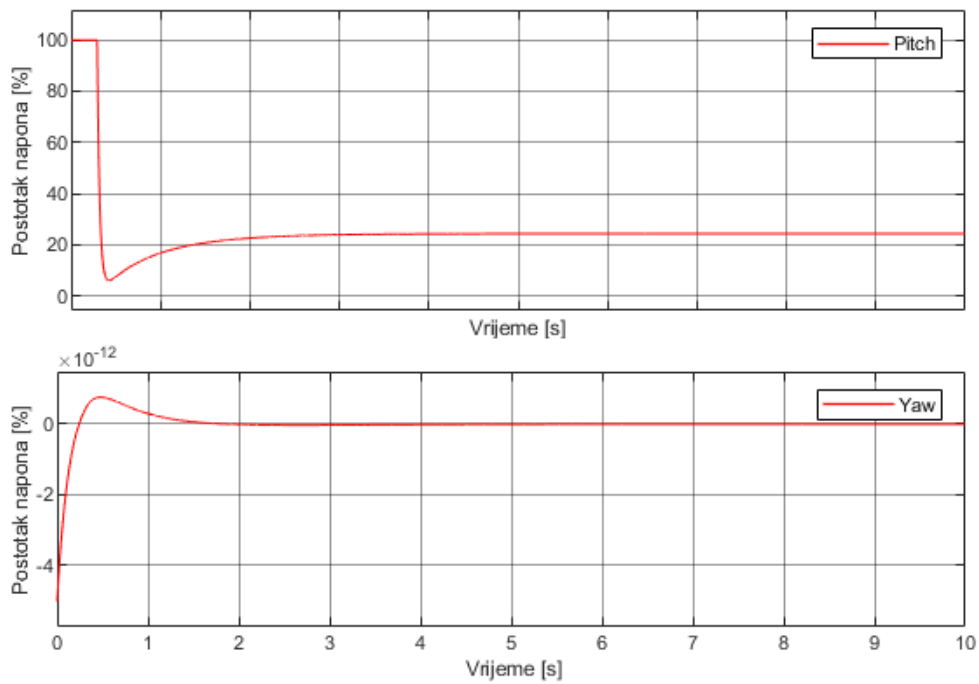
Na odzivima u nastavku vidimo da se nakon približno 4 sekunde sustav uđe u stacionarno stanje, primjetan je pad brzina budući da sustav ulazi u mirovanje, te se vidi maksimalan input motora na početku i rad motora u osi poniranja budući da održava referentnu vrijednost kuta.



Slika 5.2: Odzivi kuteva skretanja i poniranja (simulacije sustava)



Slika 5.3: Odzivi brzina poniranja i skretanja (simulacije sustava)



Slika 5.4: Odzivi ulaznih napona (simulacije sustava)

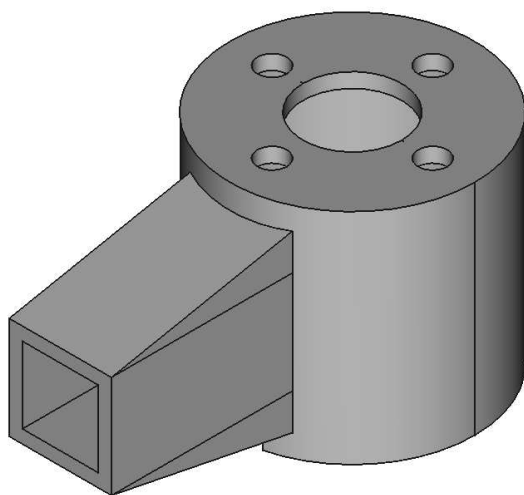
6. Laboratorijski postav

Glavni dio ovog rada je projektiranje i izrada laboratorijskog postava te provjera njegove funkcionalnosti. Nekoliko je ključnih koraka za izradu koji su pobliže objašnjeni u nastavku.

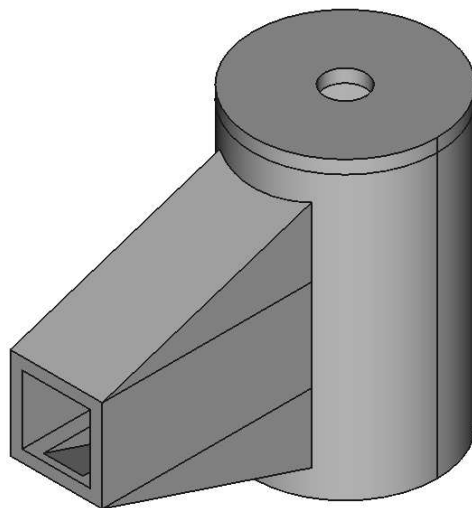
6.1. Mehanički dio

Mehanički dio se svodi na konstrukcijske elemente korištene tijekom izrade. Što se tiče gotovih elemenata sustava to su u ovom slučaju vijci i aluminijske cijevi kvadratnog presjeka koje su skraćene na odgovarajuće duljine i pričvršćene. Drvena daska ovdje služi radi lakšeg prenošenja i stabilizacije te nije nužna.

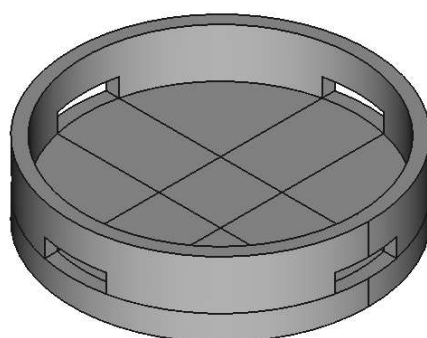
Svi ostali konstrukcijski elementi su dizajnirani na računalu u CAD alatu (FreeCAD) i isprintani su u PLA plastici na 3D printeru. U nastavku će biti prikazane slike tih modela.



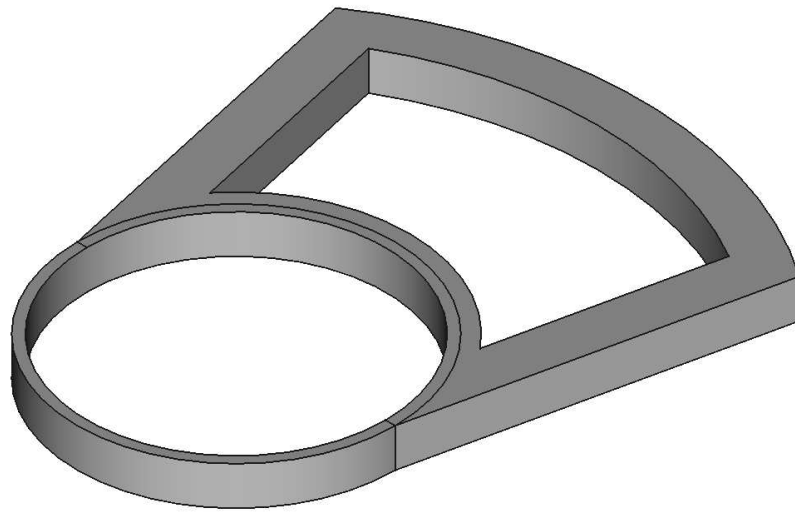
Slika 6.1: Držać motora u osi poniranja



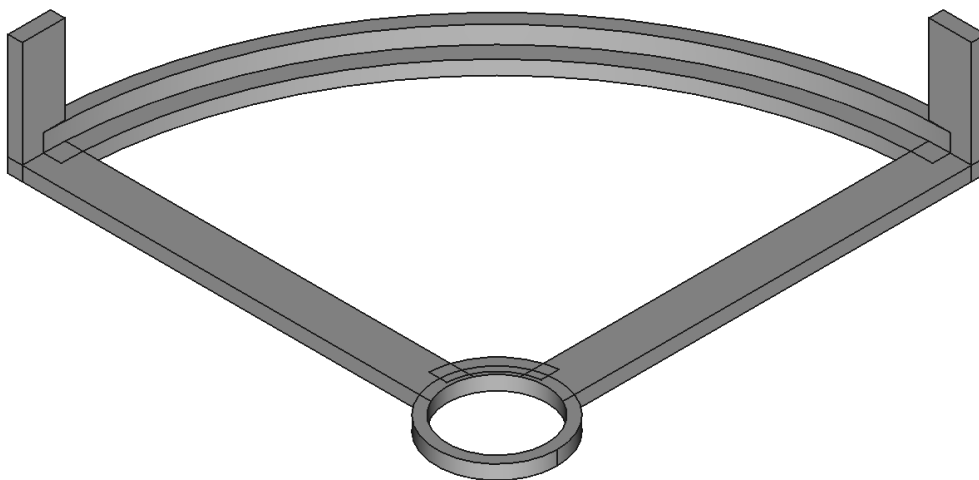
Slika 6.2: Držač motora osi u osi skretanja



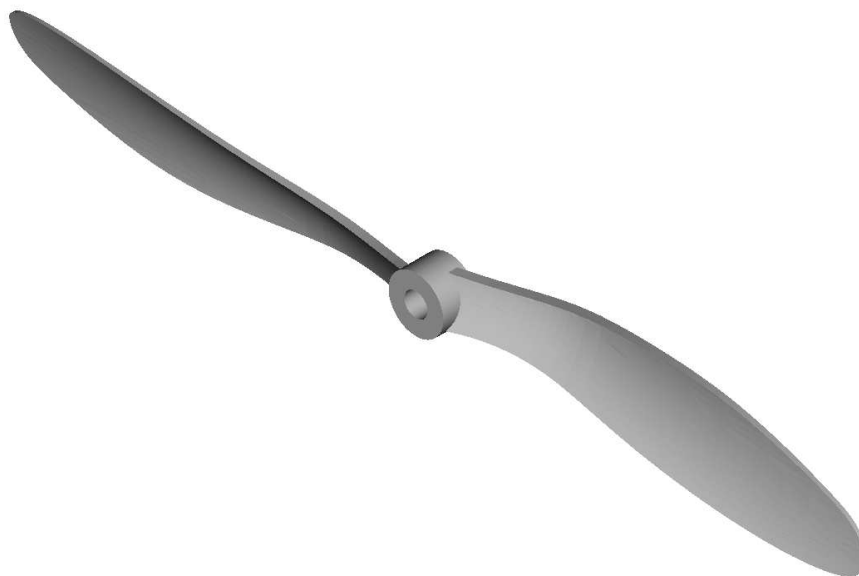
Slika 6.3: Poklopac držača motora u osi skretanja



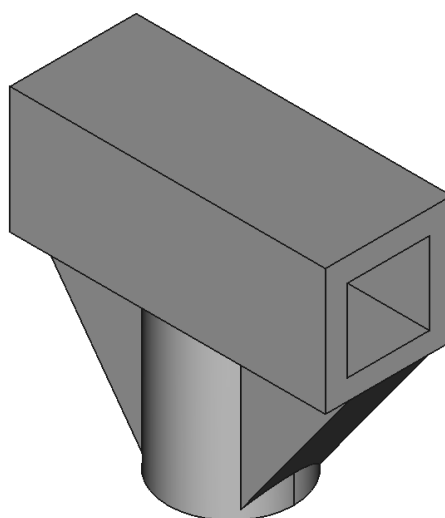
Slika 6.4: Zaštita motora u osi poniranja (printano bez donje i gornje ispune)



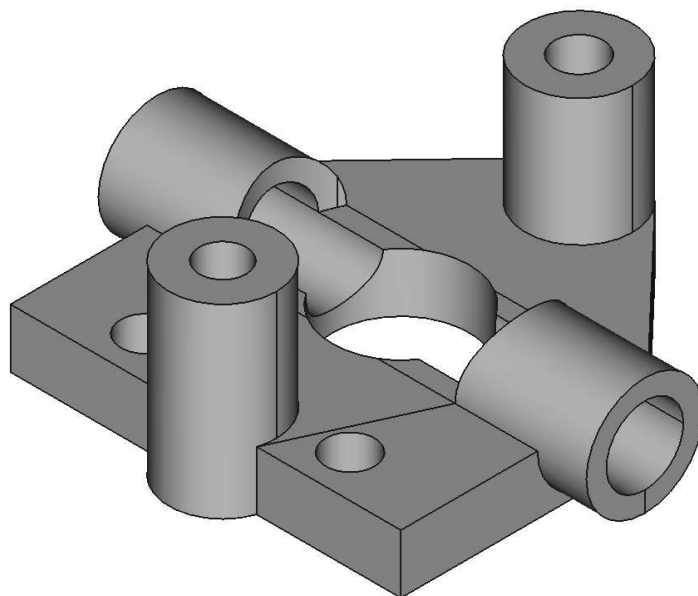
Slika 6.5: Zaštita motora u osi skretanja (printano bez donje i gornje ispune)



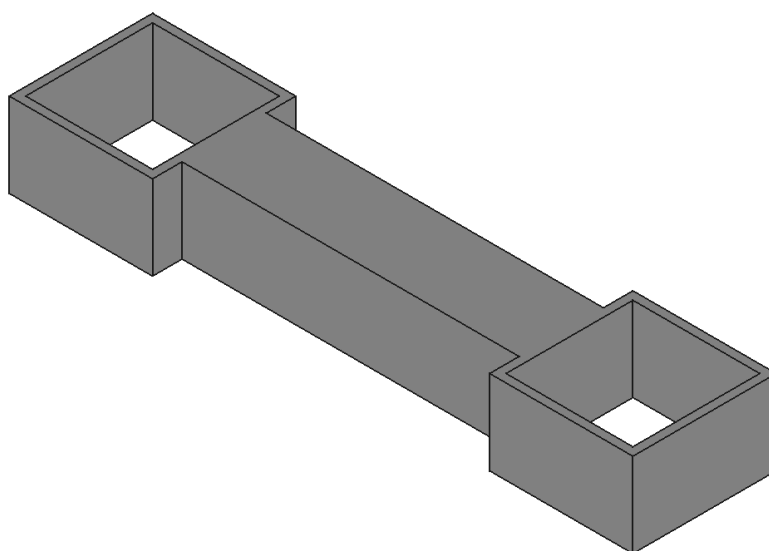
Slika 6.6: Propeler motorskih sustava



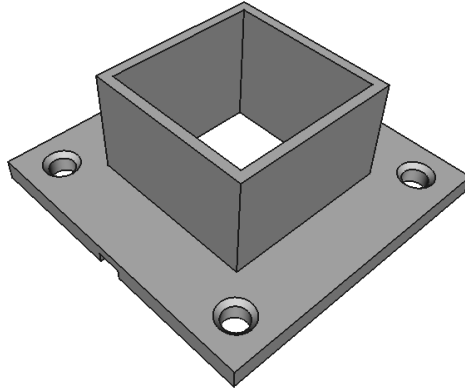
Slika 6.7: Spojnik štapa i motorskih sustava s centralnim nosačem



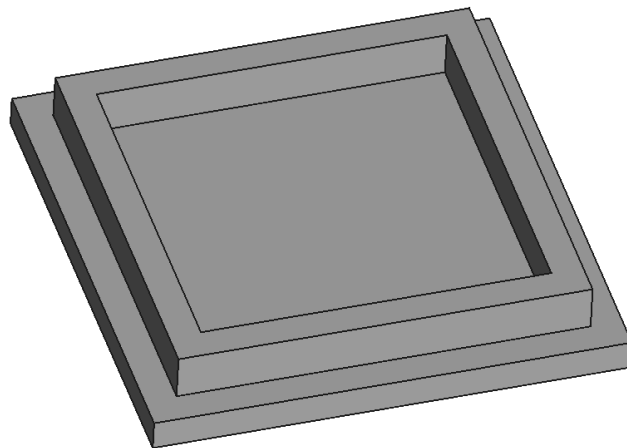
Slika 6.8: Centralni nosač (motorski sustavi sa štapom i enkoder u osi skretanja)



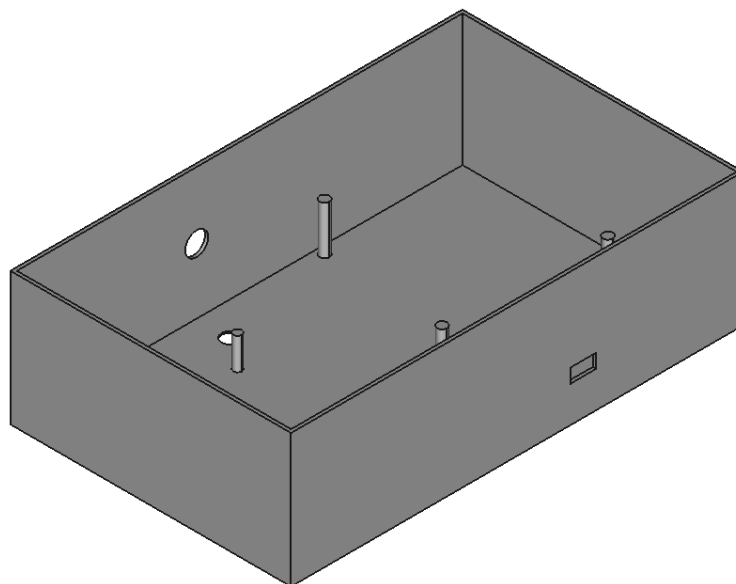
Slika 6.9: Centralni stabilizator (printano bez donje i gornje ispune)



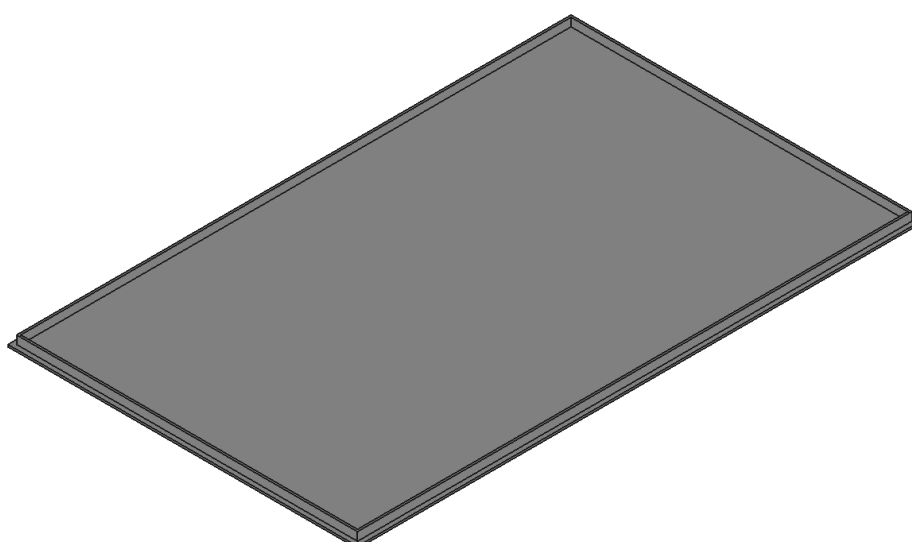
Slika 6.10: Prihvat postava za montiranje



Slika 6.11: Poklopac nosećih stupova



Slika 6.12: Kutija za smještaj elektronike



Slika 6.13: Poklopac kutije za smještaj elektronike

6.2. Sklopovlje i motorski sustavi

Za izradu laboratorijskog postava korištene su različite elektromehaničke i elektroničke komponente. Komponente će biti nabrojane i neće se ulaziti dublje u analizu jer to nije tema ovog diplomskog rada.

Što se tiče motora, korišteni su lako dostupni, istosmjerni motori s nazivnim naponom 12 V. Za os poniranja je korišten robusniji motor od 4000 okr/min, dok je za os skretanja korišten motor nešto manje snage od 6900 okr/min. Oni su prikazani na sljedećim slikama (slike 6.14 i 6.15).



Slika 6.14: Motor u osi poniranja

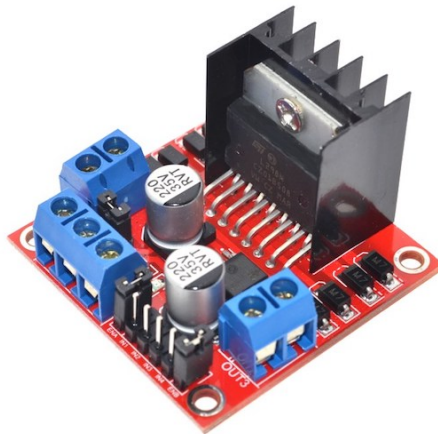
Da bi se ti motori adekvatno napajali, korišten je lako dostupni L298N H-most. On je prikazan u nastavku (slika 6.16). Napajanje koje je na njega priključeno je 12 V ali je zbog gubitaka na H-mostu maksimalni ostvarivi izlazni napon bio 10V. Svaki od kanala je spojen sa jednim motorom.

Isto tako, za mjerenje kuta u pojedinim osima, korišteni su enkoderi tvrtke CUI DEVICES oznake AMT102 (slika 6.17). Odabran broj impulsa po jednom punom krugu je 500 jer se pokazalo da daje najbolje rezultate. Kod većeg broja dolazi do pogrešnog očitavanja zbog prevelike frekvencije impulsa, a manji broj daje veće oscilacije oko radne točke. Nekoređi su najani s naponom iznosa 5 V.

Da bi sa svim komponentama upravljali potreban nam je mikrokontroler koji će generirati adekvatne PWM signale H-mostu i koji će očitavati impulse s enkodera.



Slika 6.15: Motor u osi skretanja



Slika 6.16: H-most L298N

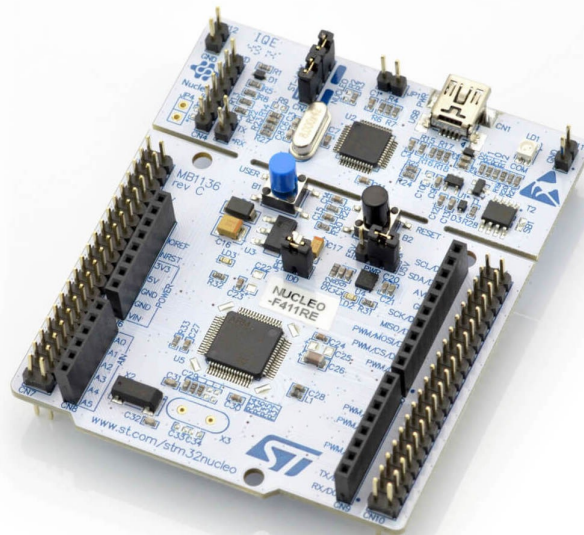
Ovdje je to Nucleo F411RE (slika 6.18). On je zadužen i za komunikaciju s MATLAB Simulinkom.

6.3. Parametri sustava

Nakon sklapanja mehaničkog i električkog sustava a u svrhu opisivanja sustava su objedinjene određene fizikalne veličine koje su dane u sljedećoj tablici (tablica 6.1).



Slika 6.17: Rotacijski enkoder



Slika 6.18: Nucleo oznake F411RE

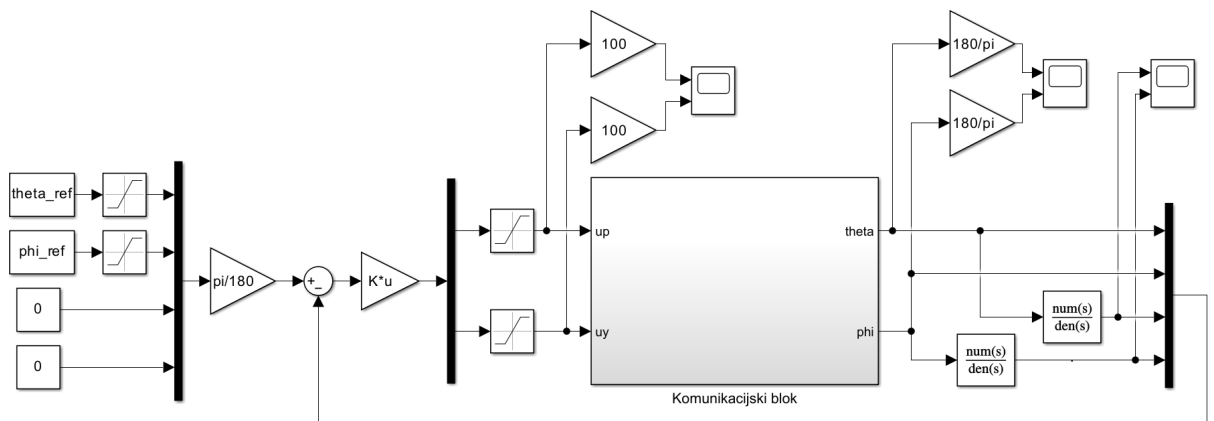
Veličina	Iznos	Opis
m_p	183 g	Masa sustava u osi poniranja
m_y	100 g	Masa sustava u osi skretanja
m_s	87 g	Masa štapa sa spojnikom
m_H	370 g	Ukupna masa helikoptera
L_{stapa}	890 mm	Duljina samog štapa
l_p	16 mm	Duljina do centra motora u osi poniranja
l_y	13 mm	Duljina do centra motora u osi skretanja
L_s	919 mm	Ukupna duljina sustava
l_{cm}	22 mm	Udaljenost između centra mase i osi rotacije
r_p	355 mm	Udaljenost između osi rotacije i motora u osi poniranja
r_y	535 mm	Udaljenost između osi rotacije i motora u osi skretanja
U_{pmax}	10 V	Maksimalan napon na motoru u osi poniranja
U_{ymax}	10 V	Maksimalan napon na motoru u osi skretanja

Tablica 6.1: Osnovni parametri sustava

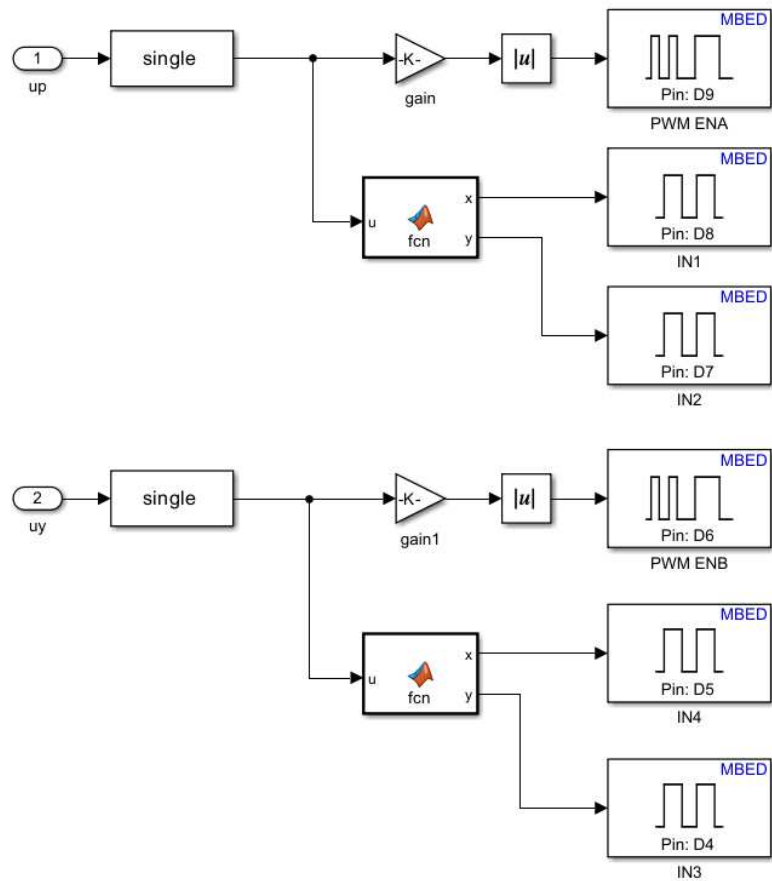
6.4. Komunikacijski blok u Simulinku

Za pravilnu komunikaciju između Simulinka i Nucleo pločice potrebno je definirati odgovarajući komunikacijski blok. Komunikacijski blok u regulacijskom krugu je prikazan na slici 6.19.

Ulazni dio (gledano sa strane laboratorijskog postava) je prikazan na slici 6.20, a sastoji se od ulaznih napona za obje osi koji je u rasponu $[-1,1]$, koji se zahvaljujući nekoliko Simulink blokova dovodi do PWM izlaza u rasponu $[0,100]$ što predstavlja postotni iznos napon na motorima i izlaza za odabir smjera vrtnje koji su vrijednosti $[0,1]$. Za odabir smjera bitno je da su vrijednosti suprotne i da odgovaraju željenom smjeru zakretanja osi. Odabrani, tj. inicijalizirani pinovi su vidljivi na desnoj strani slike zajedno sa oznakama pinova H-mosta.

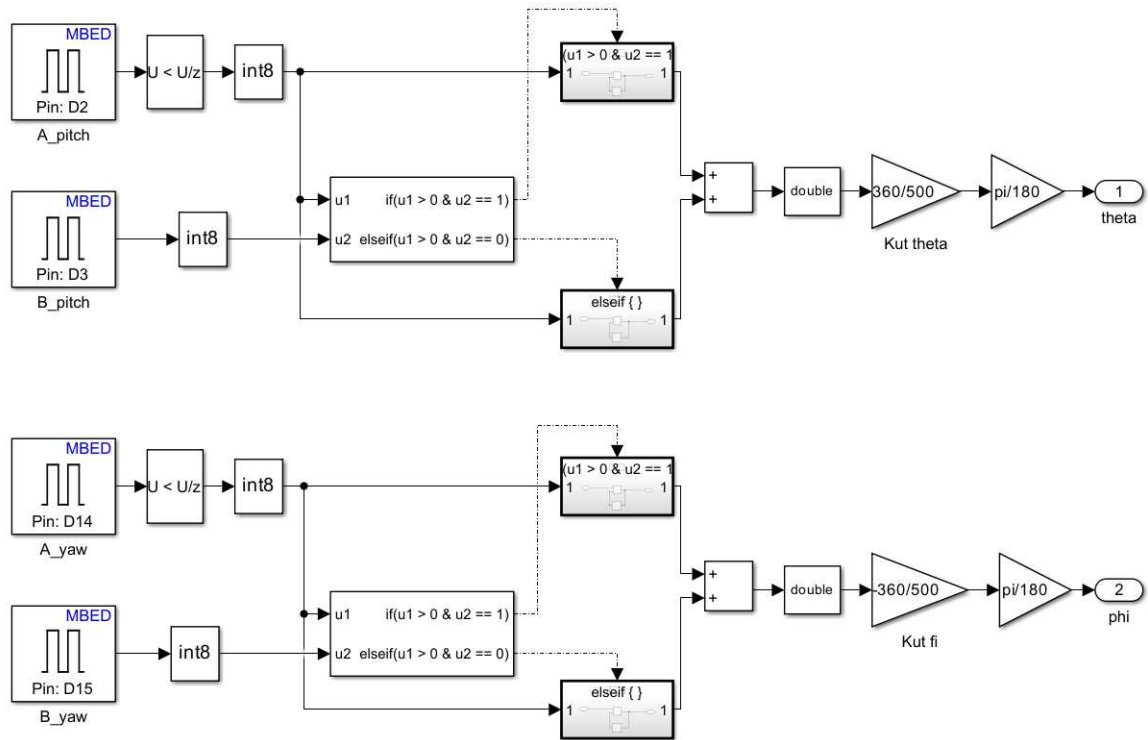


Slika 6.19: Komunikacijski blok u sustavu upravljanja



Slika 6.20: Ulazni dio u komunikacijskom bloku

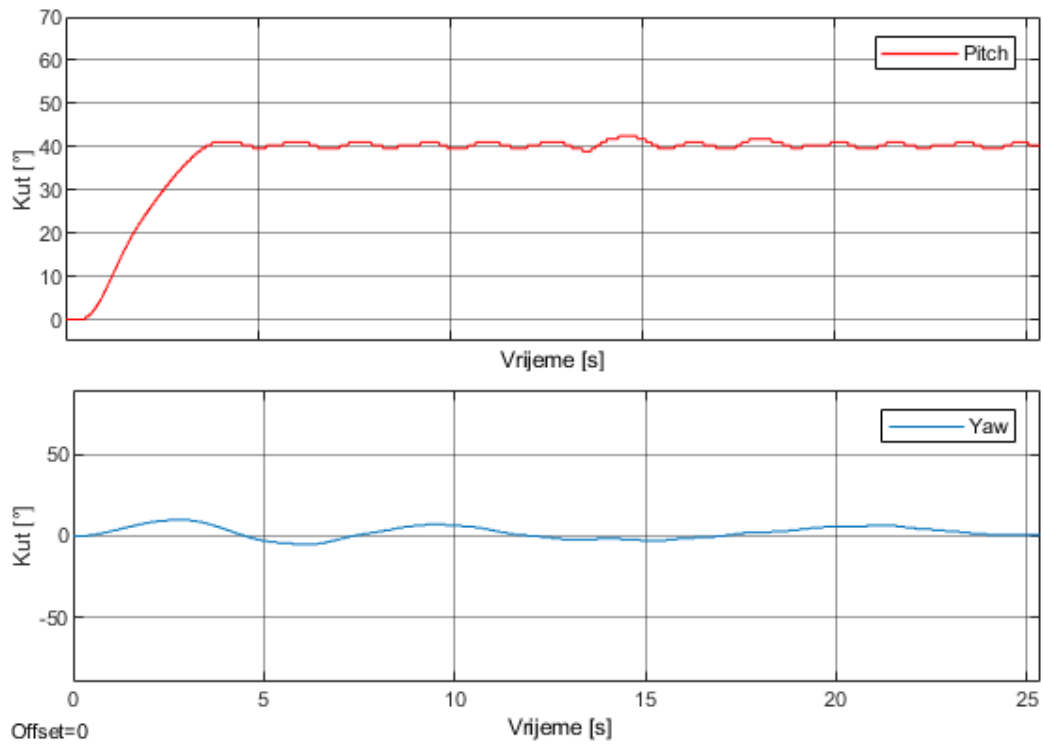
Izlazni dio (gledano sa strane laboratorijskog postava) prikazan na slici 6.21 se sastoji od inicijaliziranih pinova na lijevo strani zajedno sa oznakama pinova enkodera i nekolicine blokova koji imaju za svrhu pretvoriti impulse na enkoderima u kuteve za obje osi. Za svaku os postoje dva niza impulsa koji su međusobno udaljeni 90° .



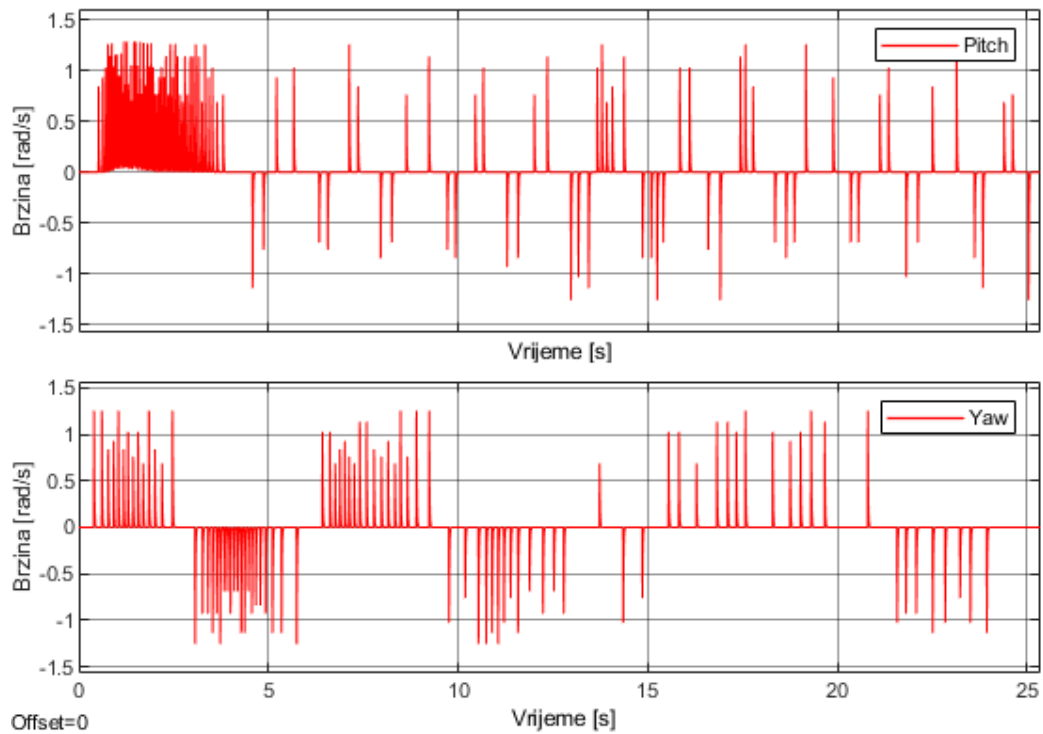
Slika 6.21: Izlazni dio u komunikacijskom bloku

6.5. Analiza rada laboratorijskog postava kod referentnih vrijednosti

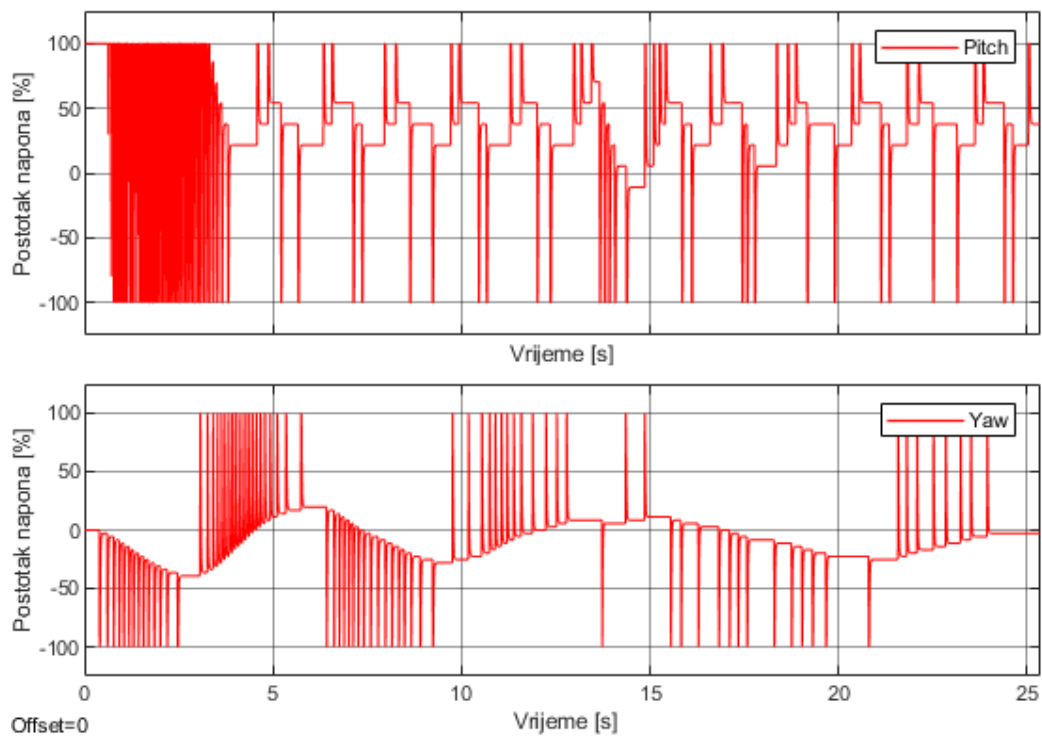
Da bi potvrdili ispravnost rada regulatora s laboratorijskim postavom, u nastavku će biti predloženi neki od odziva (slike 6.22, 6.23 i 6.24). Jednako kao kod simulacijskih provjera i ovdje su odabrane referentne vrijednosti $\vartheta_{ref} = 42^\circ$ i $\varphi_{ref} = 0^\circ$ koje odgovaraju stanju kada nema pomaka u zakretu, a nagib je u ravnini s podlogom, odnosno okomit na postolje. Laboratorijski postav u stacionarnom stanju je prikazan na slici 6.25 i 6.26.



Slika 6.22: Odzivi kuteva obje osi

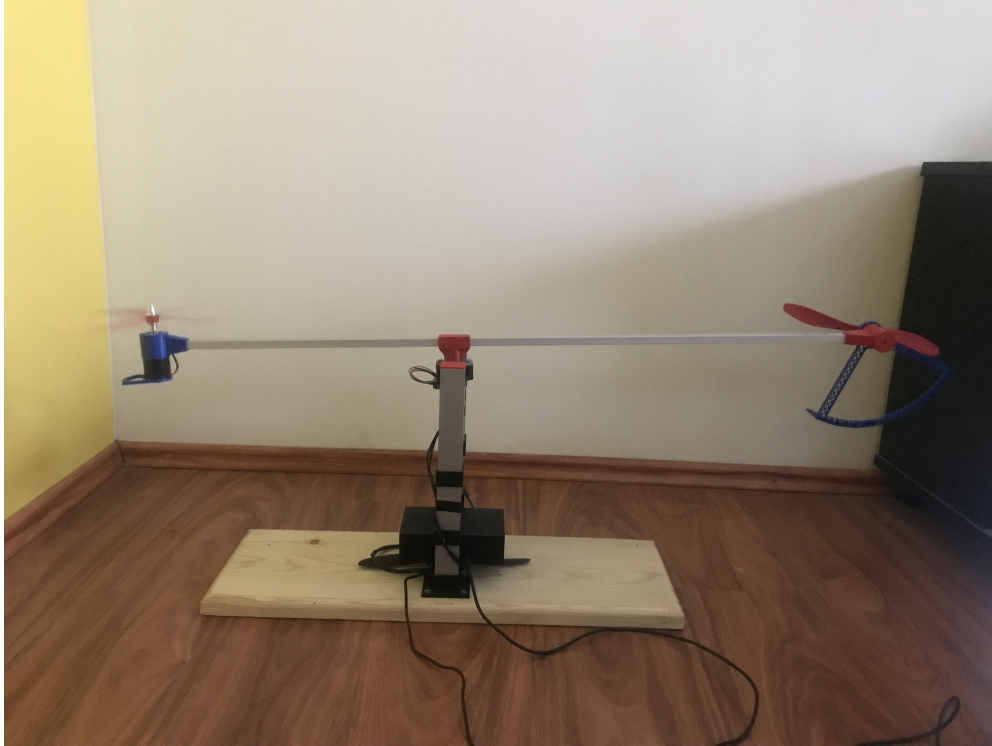


Slika 6.23: Odzivi brzina zakreta obje osi

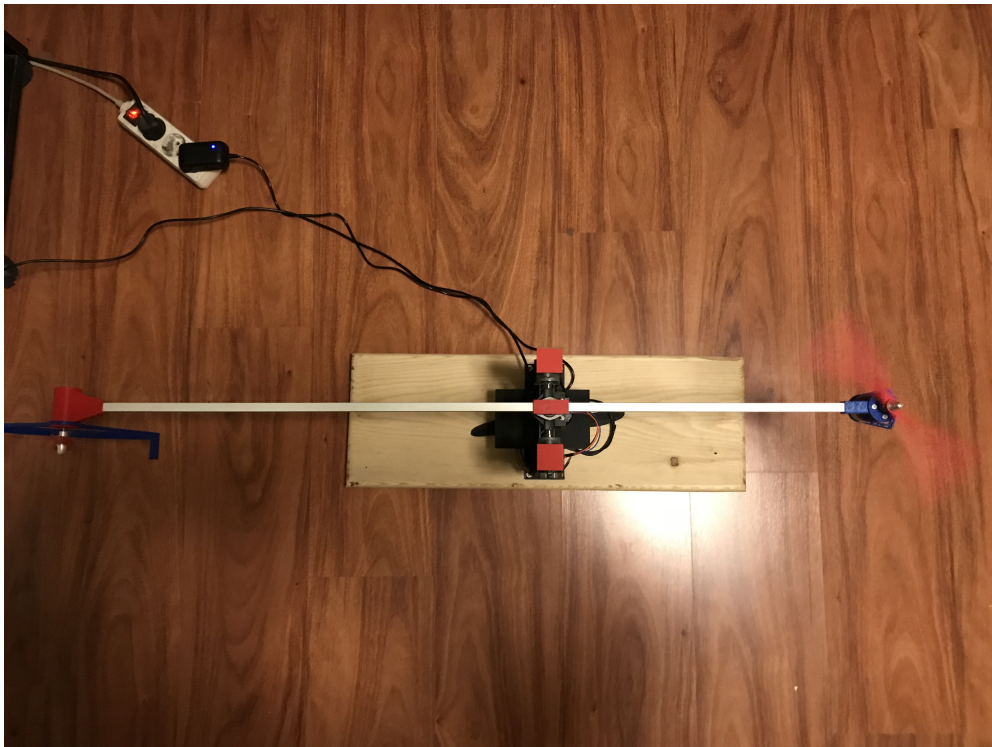


Slika 6.24: Postotne vrijednosti napona napajanja motora

Iz prethodnih odziva je vidljivo da sustav dolazi u stacionarno stanje nakon 4 sekunde, a sami oblik odziva kuteva je očekivan s obzirom na prethodne rezultate simulacije. Također su vidljive i manje oscilacije u radu jer je ovdje riječ o realnom sustavu, a regulator nastoji održati ravnotežni položaj. Te oscilacije su posljedice očitavanja s enkodera koji imaju određenu rezoluciju. Zbog toga odziv napona pitch osi prati brze promjene vrijednosti iako se može iščitati iz odziva da je postotak napona za ravnotežni položaj približno jednak vrijednosti simulacije što je oko 25 %.



Slika 6.25: Laboratorijski postav u radu (stabilizirana os poniranja)



Slika 6.26: Laboratorijski postav u radu (stabilizirana os skretanja)

7. Zaključak

Svrha ovog rada je bila matematički modelirati, projektirati, izraditi i eksperimentalno potvrditi funkcionalnost mehatroničkog MIMO sustava helikoptera s 2 stupnja slobode. Zajedno sa projektiranim LQR regulatorom vidljivo je da se sustav ponaša u skladu s očekivanjima simulacije.

Sam matematički model je izveden korištenjem Lagrangeove metode uz određena zanemarenja, čime je pokazana primjenjivost ovog postupka za modeliranje mehatroničkih sustava.

Budući da je matematički model dobro opisao vladanje sustava, projektirani LQR regulator se pokazao kao robusno i dobro rješenje.

Kod eventualne implementacije PID regulatora, iako ne bismo nužno trebali određivati matematički model, morali bi projektirati posebne podsustave za svaku os, budući da je PID regulator namijenjen za SISO (Single Input Single Output) sustave.

Iz odziva rada stvarnog sustava vidimo da projektirani regulator obavlja svoju zadaću na adekvatan način.

Uspoređujući odzive simulacije i odzive stvarnog sustava, vidimo da su u načelu vrlo slični, iako postoje manja odstupanja u stacionarnom stanju što je očekivano budući da je riječ o realnom sustavu, a i u matematičkom modelu su uvedena zanemarenja nekih parametara.

Za daljnje unapređenje ovog laboratorijskog postava, zanimljiva bi bila ugradnja nekog upravljača (eng. joystick) gdje bi se upravljalo s postavom.

Najveća prednost izrade ovakvog rada je svakako uvid u matematičko opisivanje sustava i njegovo projektiranje. U samom projektiranju se dotaknulo s različitim strojarskim, elektrotehničkim i programerskim konceptima i alatima, čime je dobiven uvid u svaku disciplinu zasebno. Sprega svega navedenog je zapravo definicija mehatroničkog sustava, što ovaj laboratorijski postav u konačnici i je.

Projektiranje laboratorijskog postava helikoptera s dva stupnja slobode

Sažetak

U ovom radu je opisano projektiranje i izrada laboratorijskog postava helikoptera s dva stupnja slobode gibanja. Određen je nelinearni matematički model Lagrangeovom metodom koji je lineariziran i prikazan u prostoru stanja u svrhu projektiranja i implementacije LQR regulatora. U radu je opisan cjelokupan postupak projektiranja i izrade samog postava. Funkcionalnost je ispitana simulacijski na nelinearnom matematičkom modelu i eksperimentalno na laboratorijskom postavu.

Ključne riječi: Helikopter, Nucleo F411RE mikrokontroler, Lagrange, prostor stanja, LQR regulator, MATLAB

Design of laboratory model of helicopter with two degrees of freedom

Abstract

This thesis describes the design and construction of a laboratory setup of a helicopter with two degrees of freedom of movement. A nonlinear mathematical model was determined using the Lagrange method, which was linearized and transformed in the state space for the purpose of designing and implementing the LQR regulator. The entire design and production is described is given in this thesis. The functionality was tested by simulation on a nonlinear mathematical model and experimentally on the laboratory setup.

Keywords: Helicopter, Nucleo F411RE microcontroller, Lagrange, state space, LQR regulator, MATLAB