

# Predviđanje cijena na dan-unaprijed tržištu električne energije

---

Mutvar, Jakov

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Electrical Engineering and Computing / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:168:322460>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[FER Repository - University of Zagreb Faculty of Electrical Engineering and Computing repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 1219

**PREDVIĐANJE CIJENA NA DAN-UNAPRIJED TRŽIŠTU  
ELEKTRIČNE ENERGIJE**

Jakov Mutvar

Zagreb, lipanj 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 1219

**PREDVIĐANJE CIJENA NA DAN-UNAPRIJED TRŽIŠTU  
ELEKTRIČNE ENERGIJE**

Jakov Mutvar

Zagreb, lipanj 2023.

## ZAVRŠNI ZADATAK br. 1219

Pristupnik: **Jakov Mutvar (0036534839)**  
Studij: Elektrotehnika i informacijska tehnologija i Računarstvo  
Modul: Računarstvo  
Mentor: prof. dr. sc. Hrvoje Pandžić

Zadatak: **Predviđanje cijena na dan-unaprijed tržištu električne energije**

### Opis zadatka:

Cilj rada je istražiti metode predviđanja cijena električne energije na dan unaprijed hrvatskom tržištu električne energije (CROPEX). Ovo istraživanje je važno jer su cijene električne energije podložne značajnim fluktuacijama, a točne prognoze su ključne za sudionike na tržištu kako bi donosili informirane odluke o trgovanju energijom i ulaganjima. U radu će se analizirati povijesni podaci CROPEX-a, ocijeniti različiti modeli i tehnike predviđanja te dati uvid u čimbenike koji utječu na cijene električne energije u Hrvatskoj.

Rok za predaju rada: 9. lipnja 2023.



## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Analiza povijesnih podataka CROPEX-a .....	2
2.1 CROPEX.....	2
2.2 Korišteni alati i biblioteke.....	3
2.3 Analiza podataka.....	3
3. Modeli i tehnike predviđanja .....	9
3.1 Općenito o modelima .....	9
3.2 Jednostavni modeli.....	11
3.3 Linearna Regresija .....	11
3.4 Regresija potpornih vektora .....	12
3.5 Analiza i usporedba modela .....	13
3.5.1 Analiza baseline modela .....	13
3.5.2 Analiza modela Linearne regresije.....	15
3.5.3 Analiza regresije potpornih vektora .....	18
3.5.4 Zaključak o modelima.....	22
4. Čimbenici koji utječu na cijenu električne energije u Hrvatskoj .....	24
Zaključak.....	25
Literatura.....	26

## Popis slika

Figure 1: Službena Web stranica CROPEX tržišta .....	2
Figure 2: Kretanje cijena električne energije u periodu 2016.-2021. ....	4
Figure 3: Kretanje prosječnih dnevnih cijena u periodu 2016.-2021. ....	5
Figure 4: Prosječne dnevne cijene električne energije u 2018. godini .....	5
Figure 5: Kretanje prosječnih dnevnih cijena u periodu od tri tjedna u 2016. godini .....	6
Figure 6: Prosječna cijena energije po danima u tjednu .....	7
Figure 7: Kretanje prosječnih cijena za svaki dan u tjednu (2016. godina).....	7
Figure 8: Prosječne cijene energije za svaki sat u danu.....	8
Figure 9: Usporedba jednostavnog modela last10 i stvarnih podataka u 2020. ....	14
Figure 10: Usporedba jednostavnog modela last3 i stvarnih podataka u 2020. ....	14
Figure 11: Usporedba jednostavnog modela last3 dow i stvarnih podataka u 2020.....	14
Figure 12: Usporedba linearne regresije(ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020. ....	15
Figure 13: Usporedba linearne regresije(ulaz: cijena, sati) i stvarnih podataka u 2020. ....	16
Figure 14: Usporedba linearne regresije(ulaz: cijena, volumen) i stvarnih podataka u 2020. ....	16
Figure 15: Usporedba modela linearne regresije u prosječnim cijenama po satu .....	16
Figure 16: Postotna greška modela linearne regresije po satima.....	18
Figure 17: Usporedba SVR modela(ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020.....	19
Figure 18: Usporedba SVR modela(ulaz: cijena, volumen) i stvarnih podataka u 2020. ....	19
Figure 19: Usporedba SVR modela s hiperparametrima (ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020. ....	20
Figure 20: Usporedba SVR modela (ulaz: cijena, sati) i stvarnih podataka u 2020. ....	20
Figure 21: Usporedba SVR modela(ulaz: cijena, dan/noć parametar) i stvarnih podataka u 2020. ....	21
Figure 22: Usporedba SVR modela u prosječnim cijenama po satu .....	21

## Popis tablica

Table 1: Metrike baseline modela .....	15
Table 2: Metrike modela linearne regresije .....	17
Table 3: Metrike SVR modela .....	22
Table 4: Metrike svih modela .....	23



## 1.Uvod

Predviđanje cijena energije od velike je važnosti na modernim tržištima energije jer su cijene električne energije podložne značajnim fluktuacijama. Korištenje metoda strojnog učenja može stvoriti značajnu tržišnu prednost za sudionike tržišta električne energije te iz toga razloga raste popularnost korištenja istih. Kvalitetne prognoze omogućuju sudionicima donošenje informiranih odluka o trgovanju energijom i ulaganjima.

Glavni cilj ovoga rada je razvoj modela za prognozu cijena električne energije na dan unaprijed tržištu energije. U prvom dijelu rada bit će objašnjen način trgovanja na CROPEX dan unaprijed tržištu te će biti analizirani povijesni podaci CROPEX tržišta. U drugom dijelu rada bit će predstavljene korištene metode, njihova analiza i međusobna usporedba. U zadnjem dijelu rada biti će iznesen uvid u čimbenike koji utječu na cijenu električne u Hrvatskoj

Rezultati ovog istraživanja mogu pružiti korisne uvide u kretanje cijena električne energije na CROPEX tržištu, primjenu metoda strojnog učenja u svrhu predikcija istih te čimbenike koji utječu na cijenu električne energije u Hrvatskoj.

## 2. Analiza povijesnih podataka CROPEX-a

### 2.1 CROPEX

Hrvatsko tržište električne energije CROPEX osnovano je 2015. godine od strane Hrvatskog operatora prijenosnog sustava (HOPS) i Hrvatskog operatora tržišta energije (HROTE) u suradnji s Nord Poolom radi organiziranje trgovanja za fizičku isporuku električne energije na području Hrvatske te povezivanje s drugim burzama električne energije. Tržište se dijeli na dva segmenta: dan unaprijed tržište i unutardnevno tržište, a za potrebe ovoga projekta dodatno će biti pojašnjeno samo funkcioniranje dan unaprijed tržišta.



Figure 1: Službena Web stranica CROPEX tržišta<sup>[1]</sup>

Sudjelovanje u dražbi CROPEX-a odvija se putem naloga odnosno standardne CROPEX forme koje su članovi dužni predati najkasnije do zatvaranja trgovanja kako bi bili važeći u sljedećoj dražbi. Postoje dvije vrste naloga, a to su satni nalozi i blok nalozi. Satni nalozi su izjave članova o spremnosti na kupnju ili prodaju određene količine energije po određenoj cijeni u određenom satu isporuke. Blok nalozi su nalozi koji grupiraju više satnih proizvoda u blok proizvode te moraju sadržavati pojedinosti o granici cijene bloka naloga, satnom volumenu te početnom i završnom vremenu blok proizvoda. Izračun optimalne cijene i volumena ovisno o stanju na tržištu izvršava se algoritmom Euphemia. Svaki par cijene i količine (prodajni ili kupovni) predstavlja

točku na krivulji naloga te se nakon zatvaranja dražbe izračunava sjecište krivulja ponude i potražnje čime je definirana optimalna cijena za taj sat/ blok sati. U određenim situacijama cijene mogu i biti negativne što je posljedica prevelike ponude uzrokovane izvorima koje je komplicirano isključivati te je iz tog razloga povoljnije prebaciti višak energije na druge aktere sustava pa čak i uz naknadu. Dražbe na dan unaprijed tržištu odvijaju se svakoga dana u godini, a rezultati dražbe objavljuju se do 14:00 sati na dan dražbe. Rezultati sadrže cijenu energije i volumen kojim se trgovalo za svaki sat u danu [2] [3]. Dublja analiza rada tržišta neće biti obuhvaćena u ovom radu jer izlazi iz okvira i teme rada.

## 2.2 Korišteni alati i biblioteke

Program za ovaj rad pisan je u programskom jeziku Python verzije 3.10.4 [4], koristeći alat Jupyter notebook [5] radi lakšega dokumentiranja rada te uređivač koda Visual Studio Code [6] radi praktičnosti programiranja. Od važnijih Python biblioteka korištene se biblioteke Matplotlib [7] za jednostavniji prikaz podataka, DateTime [8] za rad s vremenskim serijama te Pandas [9] i NumPy [10] za jednostavniji rad sa strukturama podataka. Za prebacivanje dobivenih podataka u format prilagođen hrvatskim promjenama sata pri prelasku iz zimskog u ljetno računanje vremena uzet je vanjski kod omogućen od strane asistenta.

## 2.3 Analiza podataka

Ulazni podaci za projekt uzeti su iz službene baze podataka CROPEX-a. Dobiveni podaci zabilježeni su u periodu od 2016. do 2021. godine, te sadrže informacije o dan unaprijed tržištu i unutardnevnom tržištu. S obzirom na to da se ovaj projekt bavi samo kretanjem cijena na dan unaprijed tržištu, podaci koje se odnose na unutardnevno tržište zanemareni su u daljnjem radu.

Kao ulazni dokument za ovaj projekt dobiven je csv dokument koji sadrži cijene i trgovani volumen za 24 sata svakoga dana u gore navedenom vremenskom intervalu. U početnoj fazi projekta bilo je potrebno očistiti podatke radi lakšeg prikaza i analize istih. Hipoteza prije same analize podataka bila je da će se u podacima vidjeti neka vrsta periodičnosti i ovisnosti o volumenu. Cilj analize bio je proučiti promjenu u kretanju

cijena na razini različitih vremenskih perioda. Prvi korak analize bio je prikazati dobivene cijene na razini cijelog proučavanog perioda odnosno od 2016. do 2021. godine (Figure 2: Kretanje cijena električne energije u periodu 2016.-2021.). Sve cijene u grafovima izražene su u €/MWh.

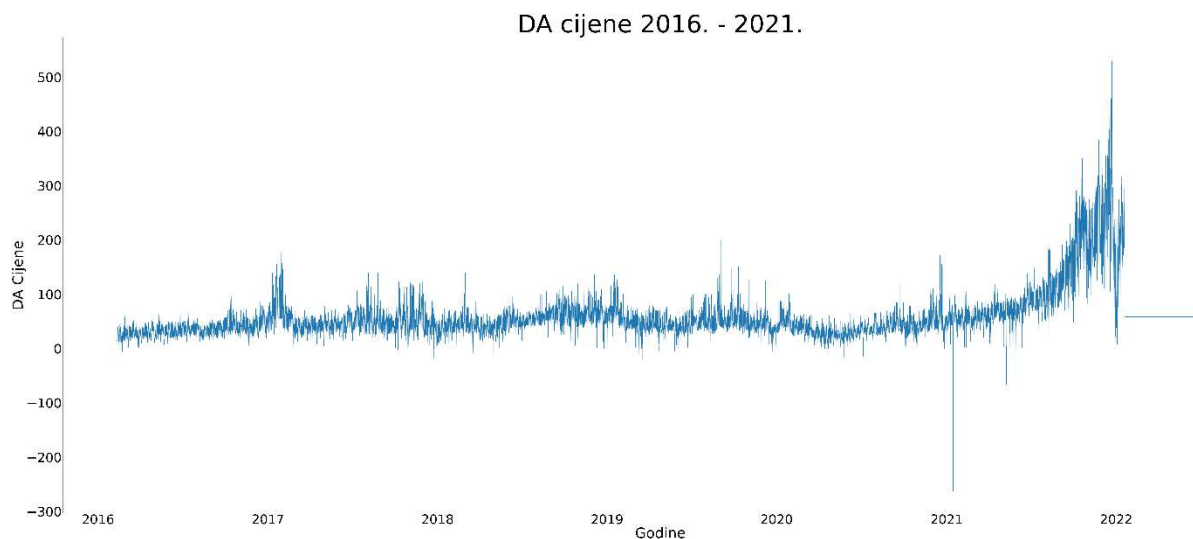
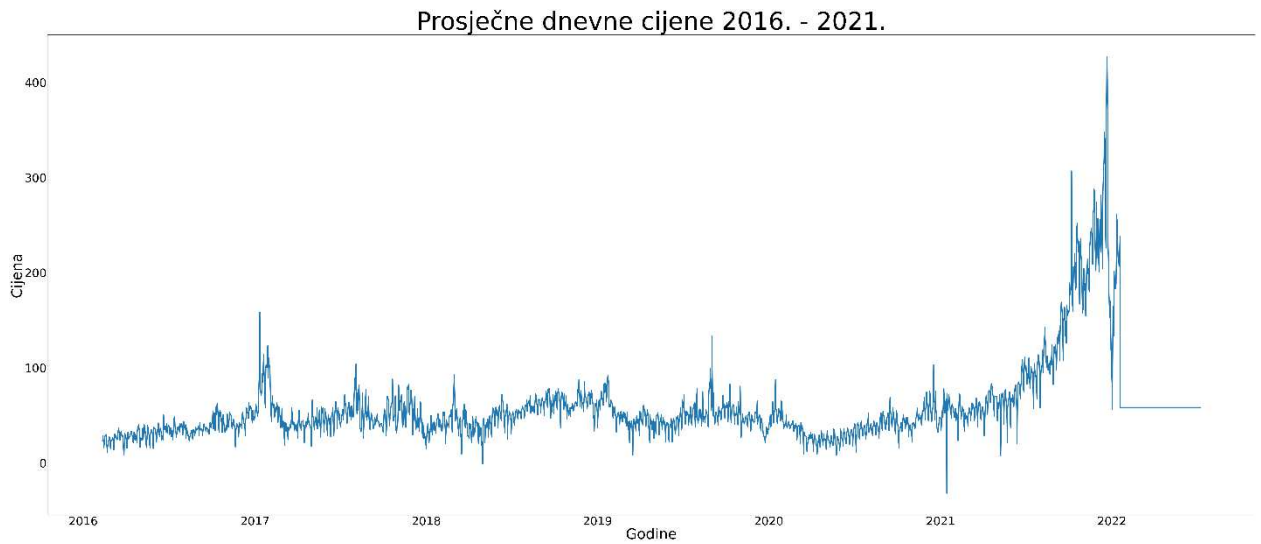


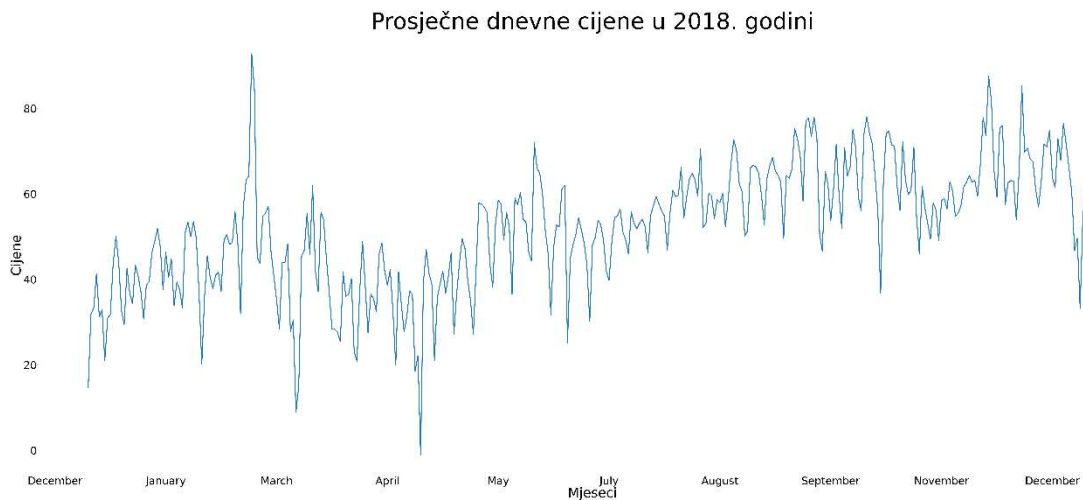
Figure 2: Kretanje cijena električne energije u periodu 2016.-2021.

S Obzirom na to da za svaki dan postoje 24 vrijednosti, što ukupno čini više od pedeset tisuća vrijednosti, također je prikazan dijagram prosječnih dnevnih cijena kako bi se podaci jednostavnije analizirali (Figure 3: Kretanje prosječnih dnevnih cijena u periodu 2016.-2021.).



*Figure 3: Kretanje prosječnih dnevnih cijena u periodu 2016.-2021.*

Iz prethodnog grafa uočeno je nekoliko stvari. Primjetan je veliki rast cijena u 2021. godini što objašnjava rat u Ukrajini odnosno posljedica sankcija koje je ostatak svijeta nametnuo Rusiji, ali i drugi makroekonomski faktori. U određenim drugim periodima kao na primjer na početku 2017. godine također su vidljivi skokovi u cijenama no teško je utvrditi koji su razlozi tome bez stručnih izvora. U takvim periodima bit će teže predvidjeti cijene jer tržišta tada imaju veće fluktuacije u cijenama što čini problem puno kompliciranijim. Ono što se također može vidjeti iz grafa je da bi se iz daljnje analize trebala moći očitati periodičnost u kraćim vremenskim intervalima.



*Figure 4: Prosječne dnevne cijene električne energije u 2018. godini*

Graf na prethodnoj slici (Figure 4: Prosječne dnevne cijene električne energije u 2018. godini) prikazuje kretanje cijena u 2018. godini te se njoj može primijetiti da ne postoji nikakva periodičnost na mjesečnoj frekvenciji, ali potencijalno postoji periodičnosti u kretanju cijena na tjednoj razini. Slika na sljedećoj strani (Figure 5: Kretanje prosječnih dnevnih cijena u periodu od tri tjedna u 2016. godini) potvrđuje prethodnu hipotezu. Cijene energije počinju rasti početkom tjedna, sredinom tjedna stagniraju, zatim se događa značajan pad cijena krajem tjedna nakon čega ponovno kreće rast cijena u sljedećem tjednu. Slijedi usporedba prosječnih cijena za svaki dan u tjednu.

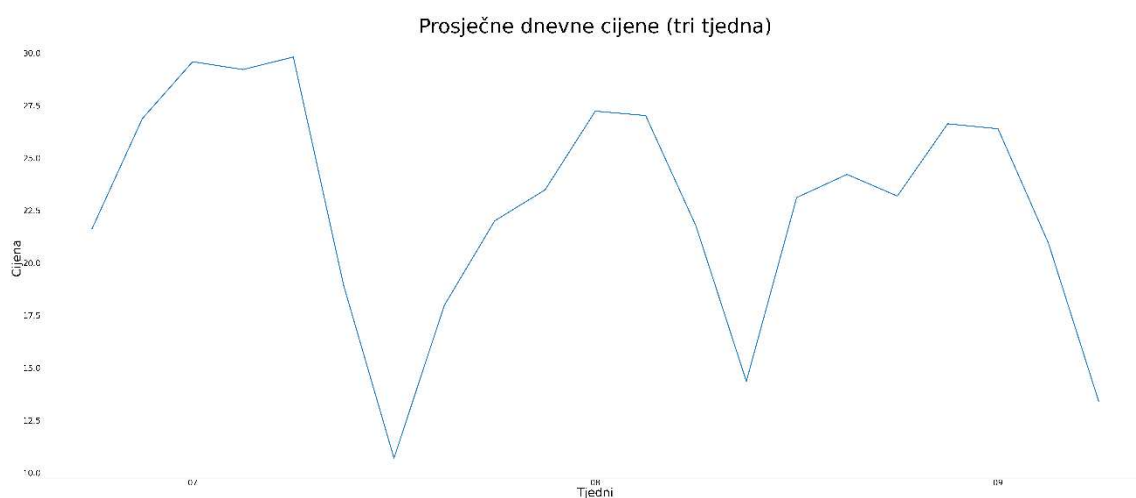


Figure 5: Kretanje prosječnih dnevnih cijena u periodu od tri tjedna u 2016. godini

Slike na sljedećoj stranici (Figure 6: Prosječna cijena energije po danima u tjednu i Figure 7: Kretanje prosječnih cijena za svaki dan u tjednu (2016. godina)) pokazuju razliku u prosječnim dnevnim cijenama za svaki dan u tjednu. Kao što je prethodno rečeno, vidljiv je značajan pad cijena krajem tjedna. Cijena energije subotom i nedjeljom u prosjeku je deset do petnaest posto niža od cijena u ostalim danima. Razlog tome je manja potražnja za energijom tijekom vikenda.

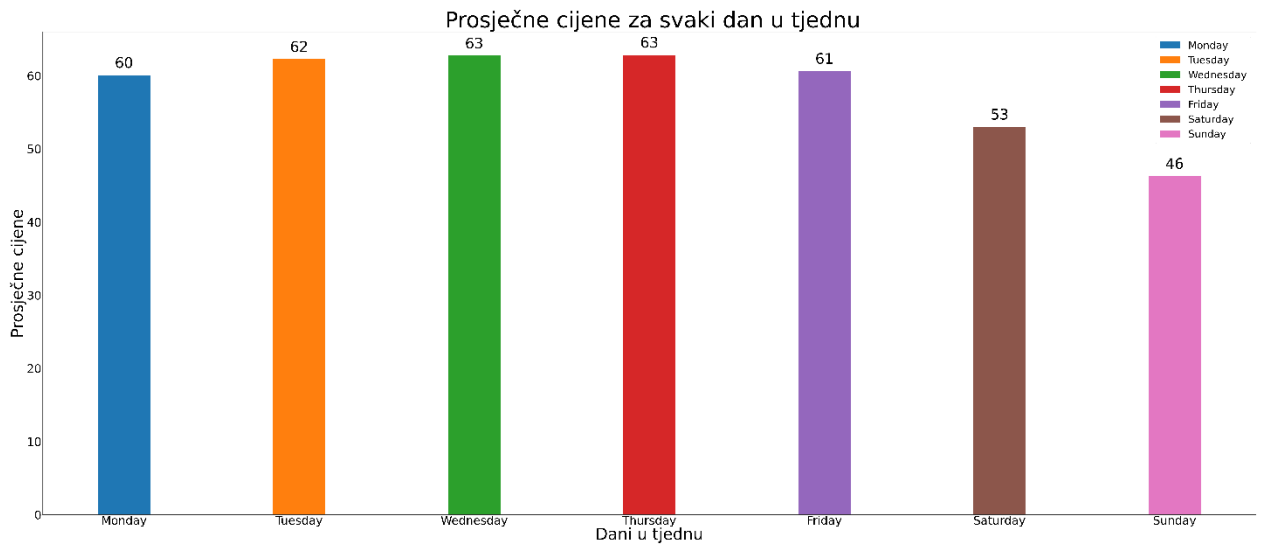


Figure 6: Prosječna cijena energije po danima u tjednu

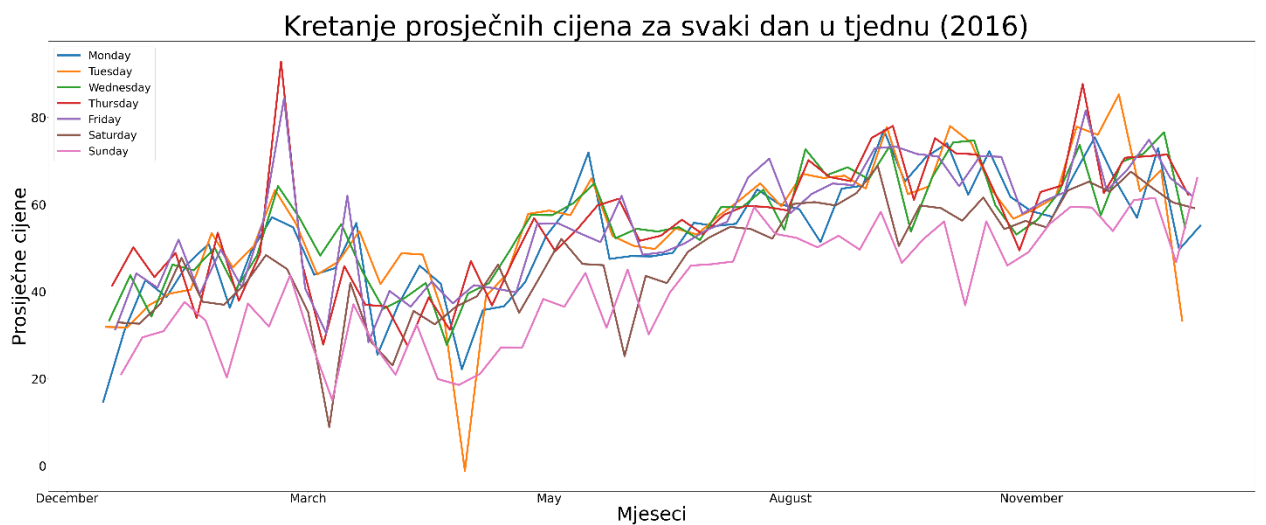
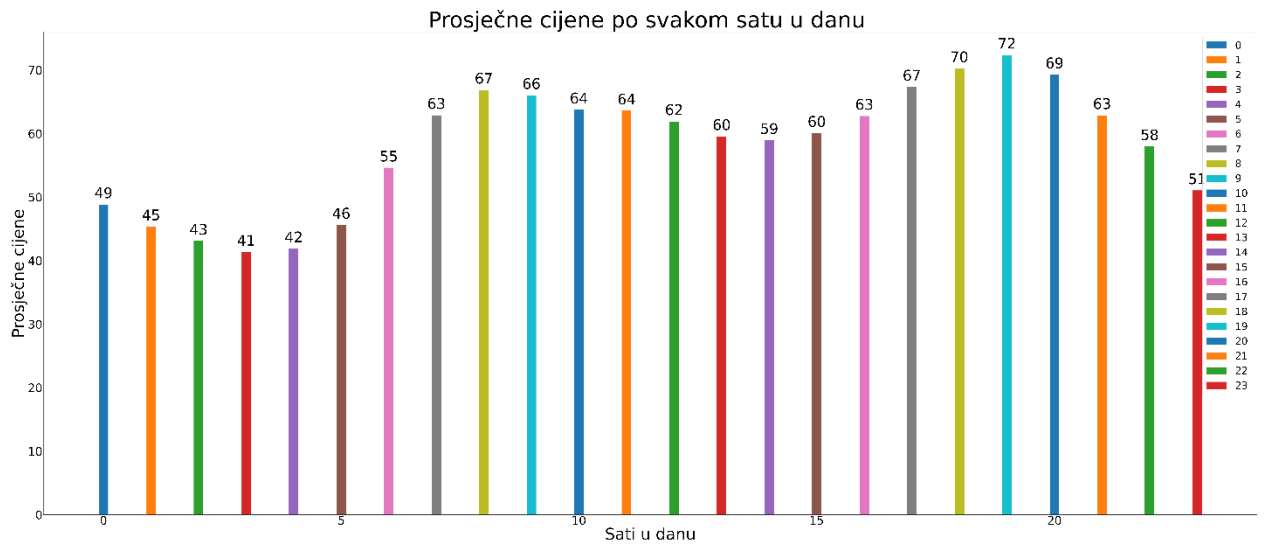


Figure 7: Kretanje prosječnih cijena za svaki dan u tjednu (2016. godina)

Na razini dana također se primjećuje određena periodičnost. Na slici (Figure 8: Prosječne cijene energije za svaki sat u danu) može se primijetiti rast cijena nakon šest sati ujutro. Cijene postižu značajniji rast u intervalu od sedam do devet ujutro te od četiri do osam popodne / navečer nakon čega se ponovno događa pad cijena zbog manje potražnje.



*Figure 8: Prosječne cijene energije za svaki sat u danu*

Analizom podataka dobiven je uvid u pravila ponašanja cijena u različitim vremenskim intervalima. Prosječna cijene električne energije u promatranom periodu iznosila je 58.26 €/MWh što će biti važno za procjenu modela u daljnjem radu. Ono što možemo očekivati u prognoziranju cijena je da će apsolutne greške biti veće u intervalima kada se događaju veći skokovi u cijenama, dok će relativne greške biti veće u intervalima kada su cijene niže. Saznanja dobivena iz analize bit će uključena u razvoj modela.



### 3. Modeli i tehnike predviđanja

#### 3.1 Općenito o modelima

Modeli strojnog učenja mogu se podijeliti na nekoliko glavnih skupina: nadzirano učenje, nenadzirano učenje, polunadzirano učenje i pojačano učenje. U predviđanju cijene energije bit će korištene varijacije modela nadziranog učenja. Nadzirano učenje podrazumijeva korištenje ulaznih varijabli i pripadajućih ciljanih vrijednosti kako bi se što kvalitetnije mogle predvidjeti nove vrijednosti.

Uz nekoliko jednostavnih modela koji predikcije stvaraju na temelju prosječnih povijesnih cijena, za predikciju su korišteni različiti modeli linearne regresije i regresije potpornih vektora (engl. Support Vector Regression).

Za ocjenu i usporedbu modela korišteno je pet metrika, a to su:

- MAE – Mean Absolute Error ( 1) [11]
- MSE – Mean Square Error ( 2) [12]
- RMSE – Root Mean Square Error
- $R^2$  – R Squared ( 4) [13]
- MAPE – Mean Absolute Percentage Error ( 5) [14]

U nastavku su priložene formule za izračun svake metrike te legenda koja definira značenje varijabli u jednadžbama kako bi bilo jasnije što svaka od njih prikazuje.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - x_i|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n} \quad (1)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{n} \quad (2)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{n}} = \sqrt{MSE} \quad (3)$$

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} \quad (4)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i - y_i}{x_i} \right| \quad (5)$$

Legenda:

- $x_i$  – stvarna vrijednost
- $y_i$  – izračunata vrijednost
- $n$  – broj mjerenja/vrijednosti
- RSS – suma kvadrata reziduala (engl. Residual Sum of Squares)
- TSS – potpuna suma kvadrata

Od velike je važnosti koristiti više metrika za procjenu kvalitete modela. Kako bi dobili što kvalitetniji uvid u uspjeh modela potrebno je koristiti metrike koje računaju različite segmente modela. Iz tog su razloga korišteni MAE i RMSE koji prikazuju apsolutno grešku, MSE koji daje prosječnu kvadratnu grešku,  $R^2$  koji služi kako bi objasnili koji postotak varijance zavisne varijable je objašnjen nezavisnim varijablama (vrijednost 0-1, 0 = mali postotak varijance, 1 = cjelokupna varijanca) te MAPE koji služi kao relativna metrika za procjenu modela. Izračun metrika u programu napravljen je koristeći pripadne Python biblioteke.

### 3.2 Jednostavni modeli

Nakon što su utvrđena neka pravila u kretanju cijena, bilo je potrebno podijeliti dobivene podatke u tri grupe: training set (2016. godina -2019. godina), validation set (2020. godina) i testing set (2021. godina). Podjela podataka na ove tri grupe nužna je radi usporedbe modela u kasnijoj fazi. Modeli se uče na training setu, ispituju na validation setu te potvrđuju na test setu. Nakon podijele napravljena su tri jednostavna modela čija je glavna svrha usporedba s naprednijim modelima.

Jednostavni modeli su sljedeći:

- Prosjek svakoga sata u zadnjih 10 dana
- Prosjek svakoga sata u zadnjih 3 dana
- Prosjek svakoga sata u zadnjih 3 dana uz težinski koeficijent u slučaju da je dan koji predviđamo nedjelja (x0.90) ili ponedjeljak (x1.10)

### 3.3 Linearna Regresija

Linearna regresija je statistička metoda koja se koristi za modeliranje linearnih veza između nezavisnih varijabli (ulaza) i ovisne varijable (ciljne varijable). Cilj metode je pronaći linearnu funkciju koja najbolje povezuje ulazne varijable s ciljnom varijablom. Glavna pretpostavka u linearnoj regresiji je da postoji linearna veza između ulaznih varijabli i ciljne varijable.

Model linearne regresije može se matematički prikazati kao:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n$$

(6)

Pri čemu je :

- y ciljna varijabla koju predviđamo,
- $x_1, x_2, \dots, x_n$  ulazne varijable,
- $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  koeficijenti ulaznih varijabli,

Koeficijent  $b_0$  predstavlja vrijednost ciljne varijable kada su sve ulazne varijable jednake nuli, a  $b_1, b_2, \dots, b_n$  su nagibi koji određuju koliko svaka ulazna varijabla doprinosi promjeni ciljne varijable.

Cilj metode je pronaći optimalne vrijednosti koeficijenata  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  tako da razlika (greška) između stvarnih vrijednosti ciljne varijable i predviđenih vrijednosti bude minimalna. Za pronalazak optimalnih koeficijenata i najmanju pogrešku najčešće se koristi metoda najmanjih kvadrata. Kvadriranjem greške stavlja se prioritet na minimizaciju pojedinačnih grešaka (jedna veća pogreška ima veću težinu nego više manjih grešaka) [15].

### 3.4 Regresija potpornih vektora

Regresija potpornih vektora (engl. Support Vector Regression) je varijanta potpornog vektorskog stroja (engl. Support Vector Machine) koja se koristi za rješavanje problema regresije. Dok su metode potpornog vektorskog stroja uglavnom korištene za probleme klasifikacije, regresija potpornih vektora je prilagođena za predviđanje numeričkih vrijednosti.

SVR radi na principu pronalaska optimalne linije (hiperravnine u višedimenzionalnom prostoru) koja najbolje aproksimira skup podataka. Cilj ove metode je minimizirati razliku između predviđenih vrijednosti i stvarnih vrijednosti ciljne varijable unutar određene granice tolerancije ( $\epsilon$ ).

Glavne komponente SVR-a su:

- Jezgra (kernel) koja transformira podatke u prostor s većom dimenzionalnošću kako bi modelirala nelinearne veze između ulaznih varijabli i ciljne varijable. Popularne jezgre uključuju linearnu jezgru, polinomijalnu jezgru i radijalnu baznu funkciju (RBF).
- Granica tolerancije ( $\epsilon$ ) koja definira pojas oko linije regresije unutar kojeg se ne kažnjava greška. Primjerice, ako je razlika između stvarne i predviđene vrijednosti manja od granice tolerancije, ta greška se ne uzima u obzir prilikom računanja gubitka.

- Hiperparametri koji se definiraju ovisno o korištenim podacima. Neki od njih su parametar  $C$  kojim se regulira fleksibilnost modela, te parametar  $\gamma$  koji definira utjecaj koji svaki primjerak iz trening seta ima na regresijsku funkciju..

Kroz postupak optimizacije, SVR traži optimalnu hiperravninu koja maksimalno približava podatke unutar granice tolerancije. Ovisno o odabranoj jezgri, SVR može modelirati različite oblike funkcija i prilagoditi se različitim nelinearnim vezama.

SVR može biti koristan za predviđanje ciljne varijable na temelju ulaznih varijabli, čak i u slučaju složenih i nelinearnih veza što je njegova najveća prednost u odnosu na linearnu regresiju. Od velike je važnosti u radu sa SVR-om pravilno konfigurirati hiperparametre te odabrati optimalnu jezgru [16].

### 3.5 Analiza i usporedba modela

Kreirani modeli bit će podijeljeni na tri vrste:

- Baseline modeli
- Modeli linearne regresije
- Modeli regresije potpunih vektora

Redom će biti uspoređeni modeli unutar kategorija te prezentirane njihove metrike.

#### 3.5.1 Analiza baseline modela

Iako je ideja jednostavnih baseline modela bila postaviti referentnu točku za usporedbu ostalih modela, metrike ovih modela pokazale su se konkurentne naprednijim modelima. Jedan od razloga tome je manjak/odnosno jednostavnost ulaznih podataka. Kao što je navedeno u poglavlju 2.1, za razvoj modela dobivene su samo povijesne cijene električne energije te volumen kojim se trgovalo. Sličnost u rezultatima između jednostavnih modela koji uzimaju samo cijene energije u nekoliko dana prije dana predikcije govori nam da prethodne cijene imaju glavni utjecaj na cijene sljedećega

dana. Tu je hipotezu potrebno potvrditi kroz sljedeće modele. Slike (Figure 9,

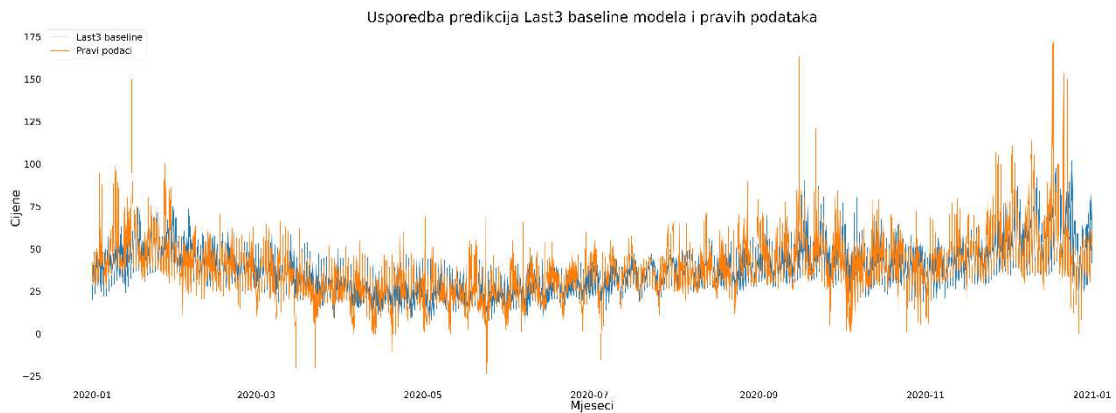


Figure 10,

Figure 11) prikazuju razliku u predviđanjima pojedinačnih baseline modela u odnosu na stvarne rezultate u validation setu podataka (2020. godina).

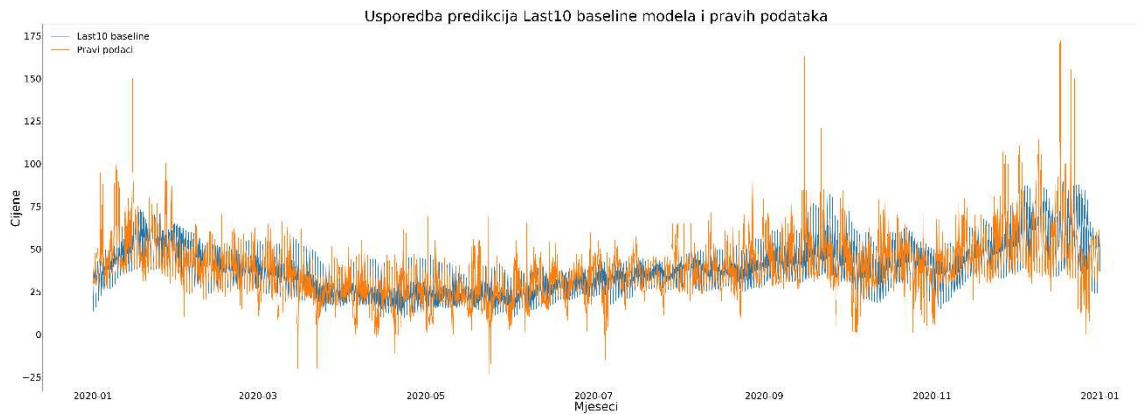


Figure 9: Usporedba jednostavnog modela last10 i stvarnih podataka u 2020.

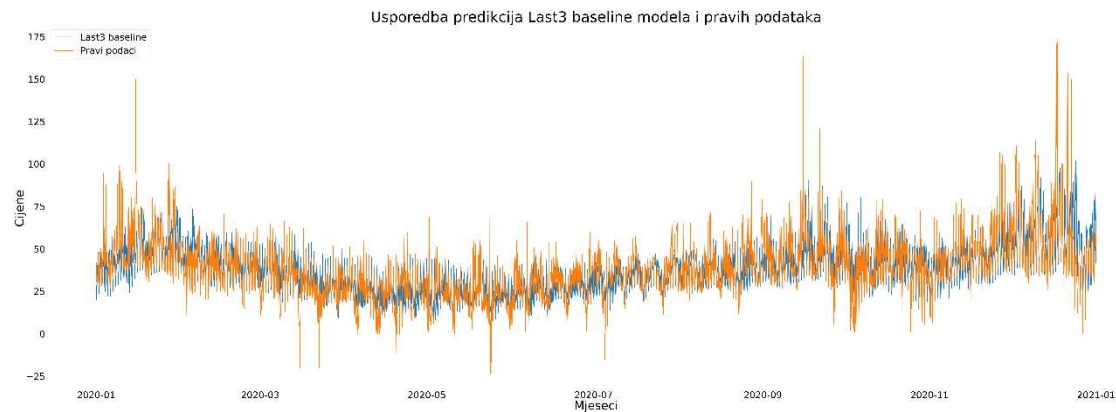


Figure 10: Usporedba jednostavnog modela last3 i stvarnih podataka u 2020.

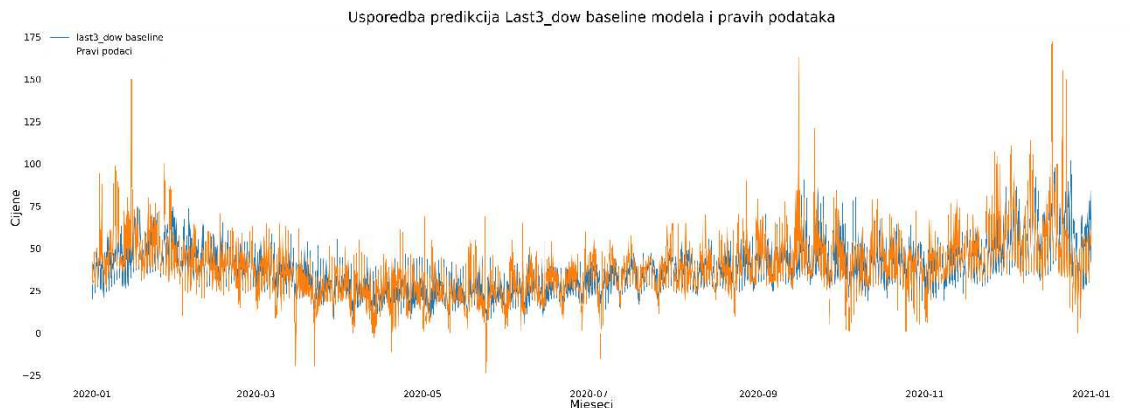


Figure 11: Usporedba jednostavnog modela last3\_dow i stvarnih podataka u 2020.

Tablica na sljedećoj strani (Table 1: Metrike baseline modela) prikazuje metrike sva tri baseline modela. Razlike između modela su minimalne, ali ipak najbolje karakteristike ima model koji uzima prosječne cijene tri dana prije predikcije te stavlja težinski koeficijent na cijene nedjeljom i ponedjeljkom. Važno je primijetiti vrijednosti MAPE metrike jer će one činiti glavnu razliku u usporedbi s naprednijim modelima.

Table 1: Metrike baseline modela

	Naziv modela	MSE	RMSE	MAE	MAPE	R <sup>2</sup>
0	10 day baseline model	138.5103	11.7690	8.2717	102.5559	0.5081
1	3 day baseline model	116.6867	10.8022	7.3334	91.4811	0.5856
2	3 day + dow baseline model	111.4340	10.5562	7.1387	94.3499	0.6042

### 3.5.2 Analiza modela Linearne regresije

Metodom linearne regresije izrađena su tri različita modela. Prvi model kao ulaz uzima samo cijene svakoga sata prethodnog dana, drugi uzima cijene prethodnog dana te sat u kojem je svaka cijena bila definirana (1 - 24), a treći uzima u obzir cijenu i volumen kojim se trgovalo. Cilj uključivanja sata u model bio je dodavanje faktora periodičnosti u predikciju. Slike (Figure 12: Usporedba linearne regresije(ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020. Figure 12, Figure 13, Figure 14) prikazuju razliku u predviđanjima pojedinačnih

baseline modela u odnosu na stvarne rezultate u 2020. godini. Obrati li se posebna pažnja na značajnije promjene stvarnih cijena, mogu se uočiti kvalitetnije predikcije nego u jednostavnim baseline modelima, što će pokazati i metrike.

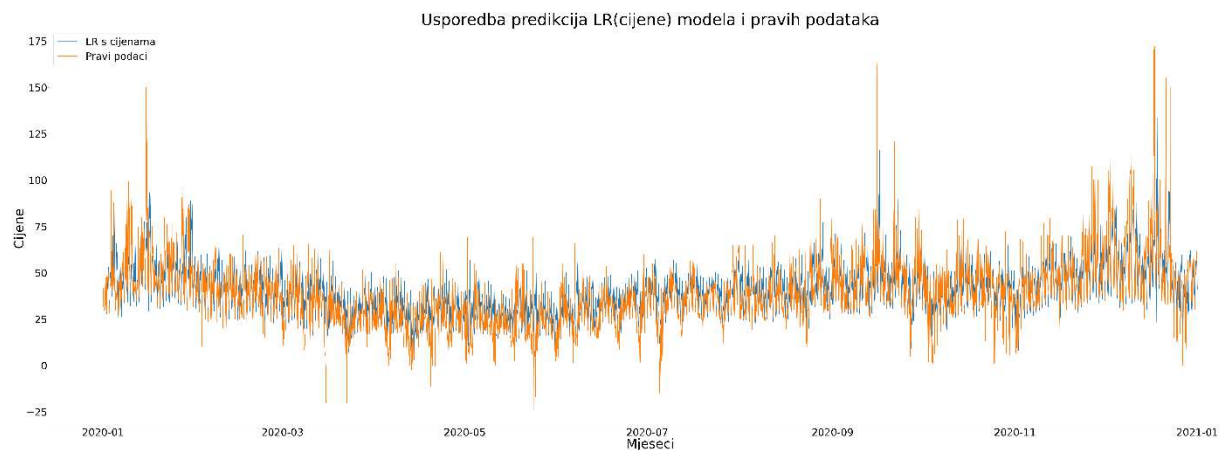


Figure 12: Usporedba linearne regresije(ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020.

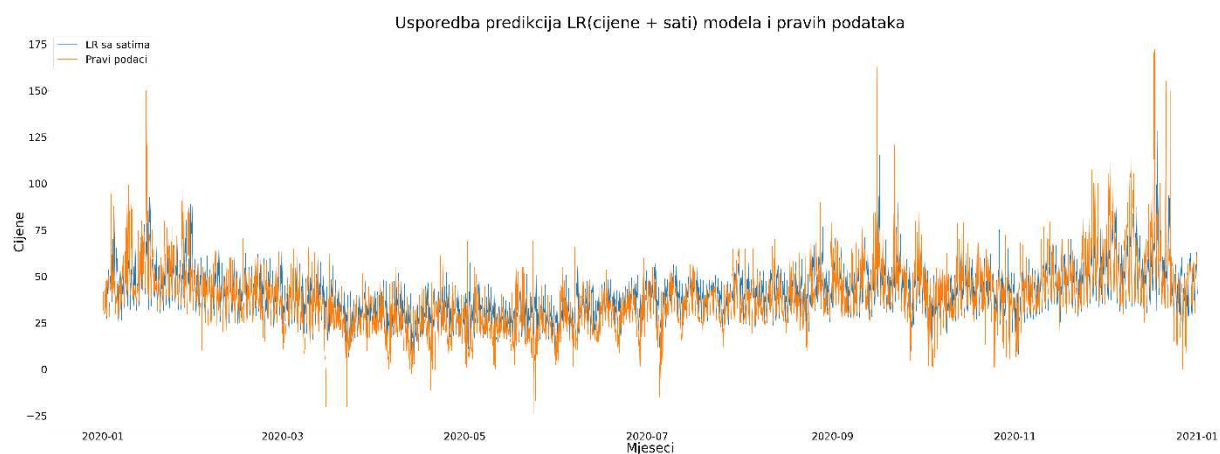


Figure 13: Usporedba linearne regresije(ulaz: cijena, sati) i stvarnih podataka u 2020.



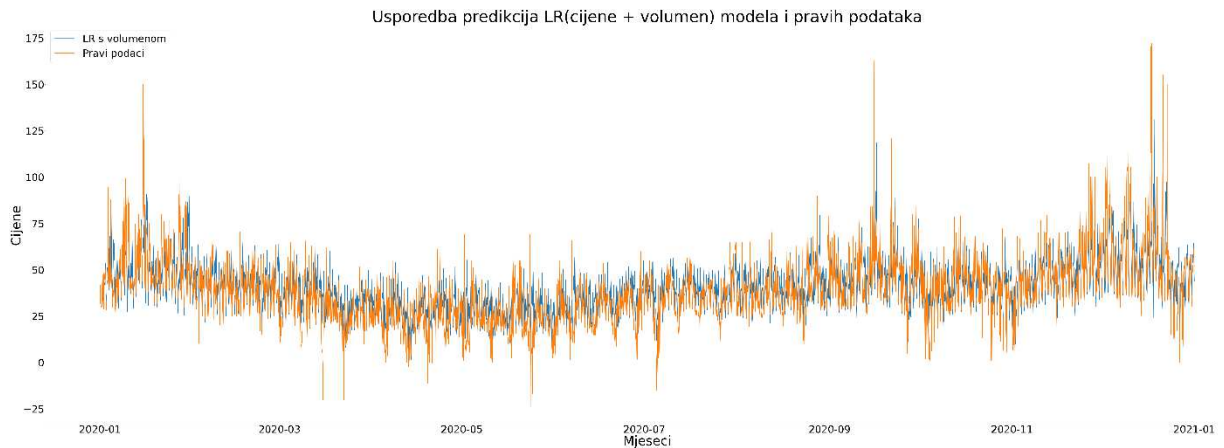


Figure 14: Usporedba linearne regresije (ulaz: cijena, volumen) i stvarnih podataka u 2020.

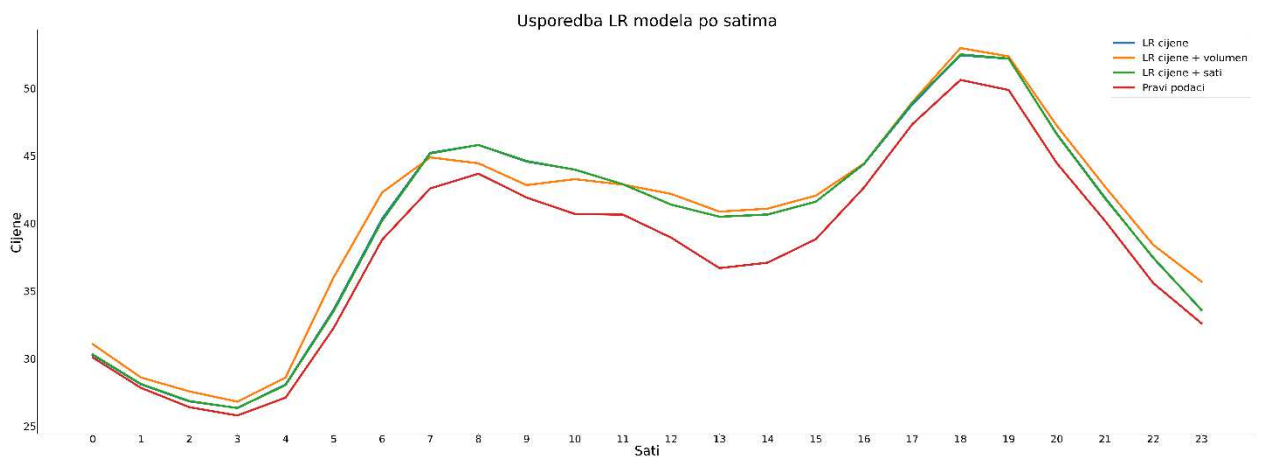


Figure 15: Usporedba modela linearne regresije u prosječnim cijenama po satu

Usporedba modela linearne regresije vidljiva je na grafu (Figure 15). Rezultati modela koji u izračun uzima sate (model 1) i onog koji u izračun uzima samo cijene (model 0) su toliko slični da se njihove linije promjene cijena preklapaju na grafu te se razlika može vidjeti samo u tablici metrika (Table 2: Metrike modela linearne regresije). Ono što je zanimljivo je da modeli 0 i 1 imaju manje apsolutne greške u odnosu na model 2 (model s volumenom), ali model 2 ima manju relativnu grešku. Razlog tome je što model 2 pokazuje simbolično lošije rezultate kroz veći dio grafa, ali nadmašuje preostala dva modela sa značajnijim postotkom u periodu od 7-11 ujutro. Metrike  $R^2$  u slučaju modela 2 koja iznosi 0.299 govori nam da cijena energije vezana za volumen ima manji utjecaj nego cijena sama po sebi ( $R^2$  u druga dva slučaja iznosi 0.578 odnosno 0.590).

Table 2: Metrike modela linearne regresije

	Naziv modela	MSE	RMSE	MAE	MAPE	R <sup>2</sup>
0	LR cijene	115.4825	10.7463	7.2721	66.5402	0.5908
1	LR cijene + sat	118.8872	10.9035	7.3247	66.6679	0.5788
2	LR cijene + volumen	197.5786	14.0563	10.2978	60.5578	0.2999

Također je važno primijetiti rast cijena energije kroz dan što je i jedan od razloga za dodavanje varijable sata u model. Naime, u ranim jutarnjim satima cijene energije su značajno manje nego sredinom dana što za uzrok ima veće relativne pogreška modela u tim satima što pokazuje graf (Figure 16). Pogreške modela u tim satima toliko su puta veće da značajno mijenjaju prosječne performanse modela. Kada bi se zanemarili ti kritični sati (1-5) relativna greška bila bi skoro duplo manja od trenutne.

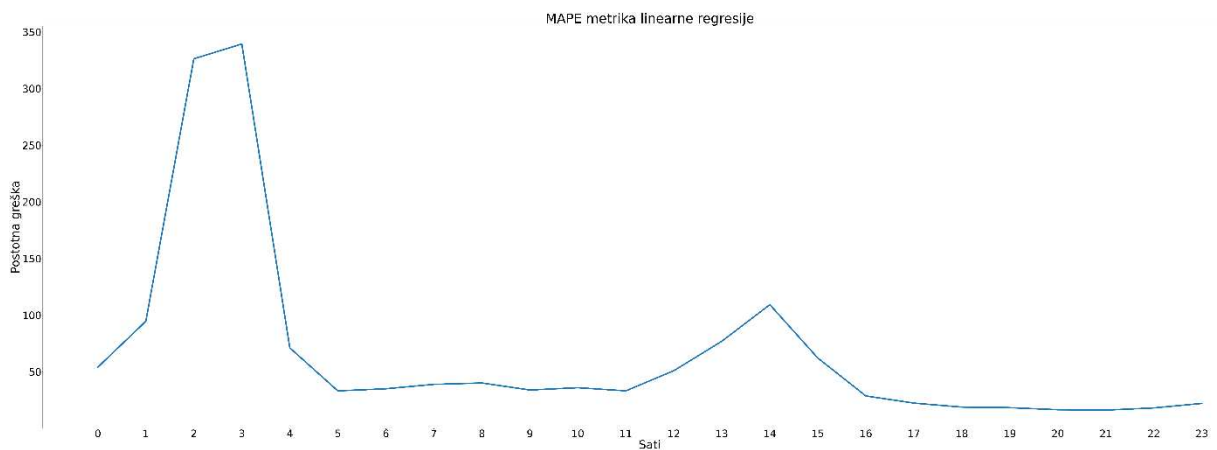


Figure 16: Postotna greška modela linearne regresije po satima

### 3.5.3 Analiza regresije potpornih vektora

Kao što je navedeno u opisu regresije potpornih vektora, ova metoda nudi više prostora za manevriranje modelom i poboljšanje performansi ovisno o podacima i zadatku koji se rješava. U razvoju SVR modela korišteni su parametri *kernel* i *C*. Za postizanje idealne

kombinacije navedenih testirano je više kombinacije te praćeno kako promjene utječu na metrike. Metodom regresije potpornih vektora kreirano je pet modela. Tri modela uzimaju jednake parametre kao i modeli linearne regresije, a uz njih je dodan jedan model koji koristi gore navedene dodatne parametre te jedan koji za ulaz uzima dodatnu varijablu koja označava noćne sate. Razlog posljednjeg modela je velika postotna greška u noćnim satima koja se u ovom modelu pokušava riješiti prepoznavanjem tih sati dodatnom varijablom (sati 1-5 označeni s 1, ostali s 0). Grafovi (Figure 17, Figure 18, Figure 19, Figure 20, Figure 21) prikazuju usporedbu SVR predikcija u odnosu na stvarne rezultate validation seta. Značajniji su grafovi modela s volumenom, modela s hiperparametrima i modela s dan/noć binarnom varijablom. U ovom slučaju već je s grafa vidljivo da će model koji u obzir uzima volumen imati lošije performanse nego ostali. Razlog tome je što, kao što smo zaključili kod modela linearne regresije, volumen nema jaku korelaciju s cijenom energije te iz tog razloga SVR nailazi na poteškoće u pronalaženju regresijske funkcije za dani ulaz i izlaz.

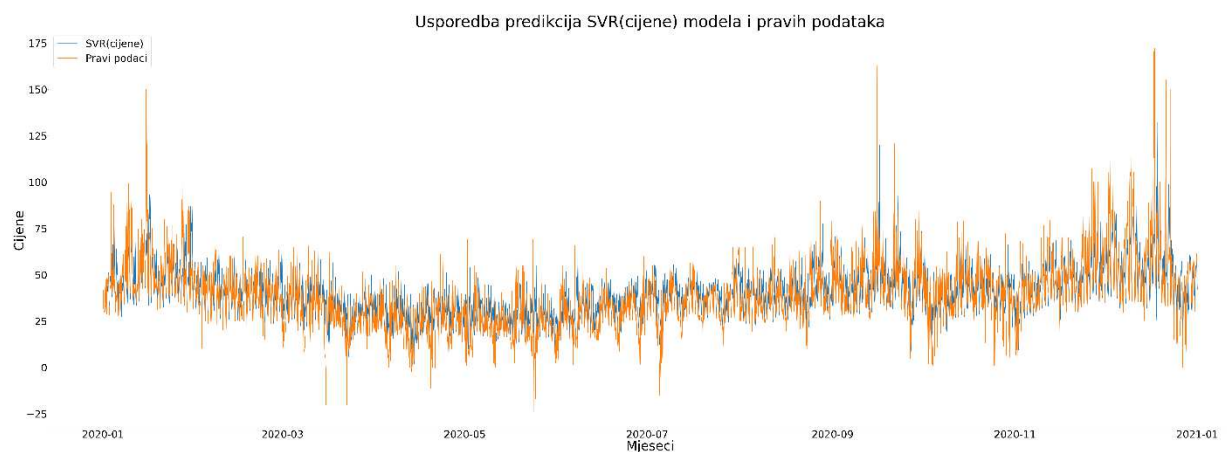


Figure 17: Usporedba SVR modela(ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020.

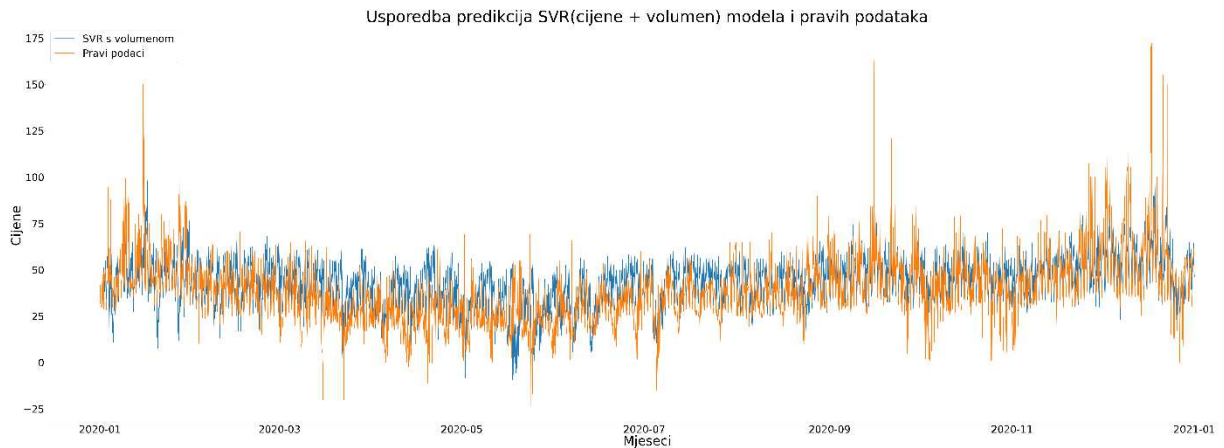


Figure 18: Usporedba SVR modela(ulaz: cijena, volumen) i stvarnih podataka u 2020.

Parametri za model prikazan na grafu (Figure 19) definirani su kombiniranjem različitih kombinacija istih te proučavanjem promjena u metrikama . Finalni parametri postavljeni su na:

- *Kernel*: poly
- *C*: 0,1

Kernel poly (polinoma kernel funkcija) omogućava SVR modelu uočavanje nelinearnih relacija između ulaznih i izlaznih varijabli. S obzirom na to da nije drugačije definirano, stupanj polinomne funkcije je 3. Iako se nekada isplati mijenjati stupanj polinomnosti, on može uzrokovati prenaučenosť modela. C parametar utječe na fleksibilnost i složenost modela. Postavljanjem parametra C na nisku vrijednost modelu je dana mogućnost fleksibilnijeg učenja što u nekim slučajevima također može uzrokovati prenaučenosť, ali je u ovom slučaju pokazalo bolje rezultate kroz metrike.

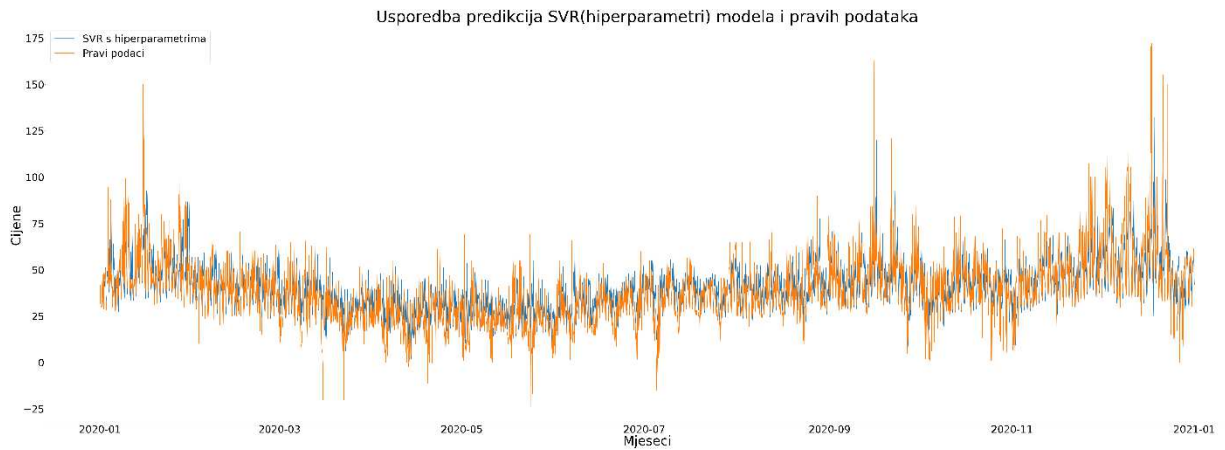


Figure 19: Usporedba SVR modela s hiperparametrima (ulaz: cijena) i stvarnih podataka u 2020.

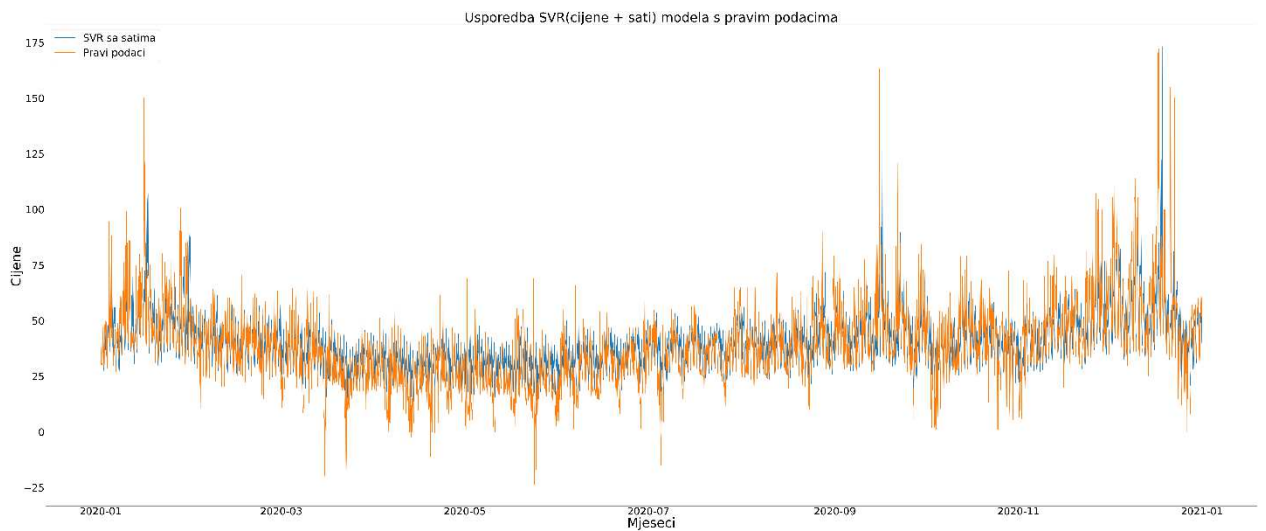


Figure 20: Usporedba SVR modela (ulaz: cijena, sati) i stvarnih podataka u 2020.

Iz grafa (Figure 21) vidi se da model u koji je dodana dodatna ulazna varijabla koja označava dnevne i noćne sate na samo da nije poboljšala performanse osnovnog modela već ih je i pogoršala, što se vidi i u metrikama. Iz grafa je vidljivo da su rezultati lošiji u

period između ožujka i kolovoza, a razlog toga mogla bi biti duljina dana, odnosno razlika u ljetnom i zimskom računanju vremena.

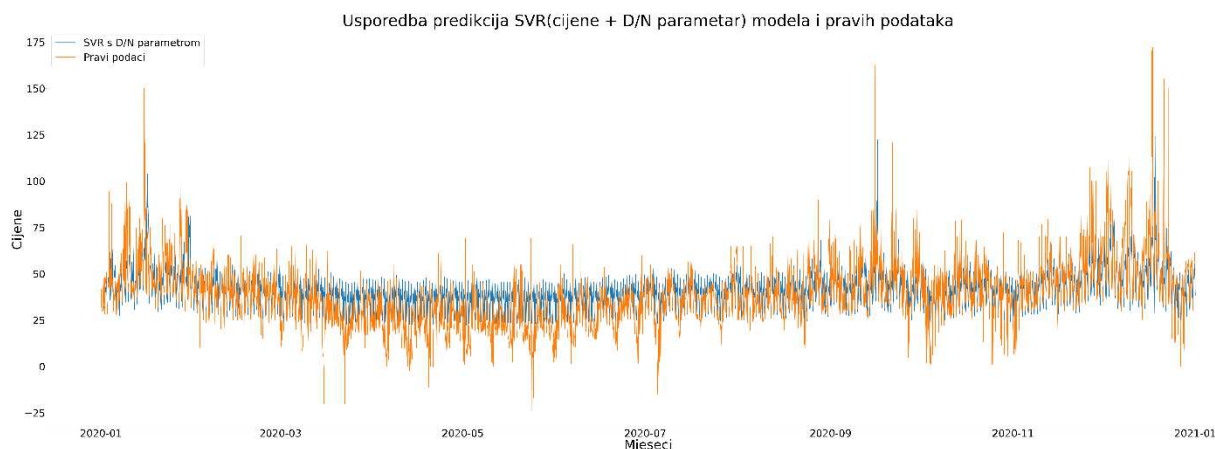


Figure 21: Usporedba SVR modela (ulaz: cijena, dan/noć parametar) i stvarnih podataka u 2020.

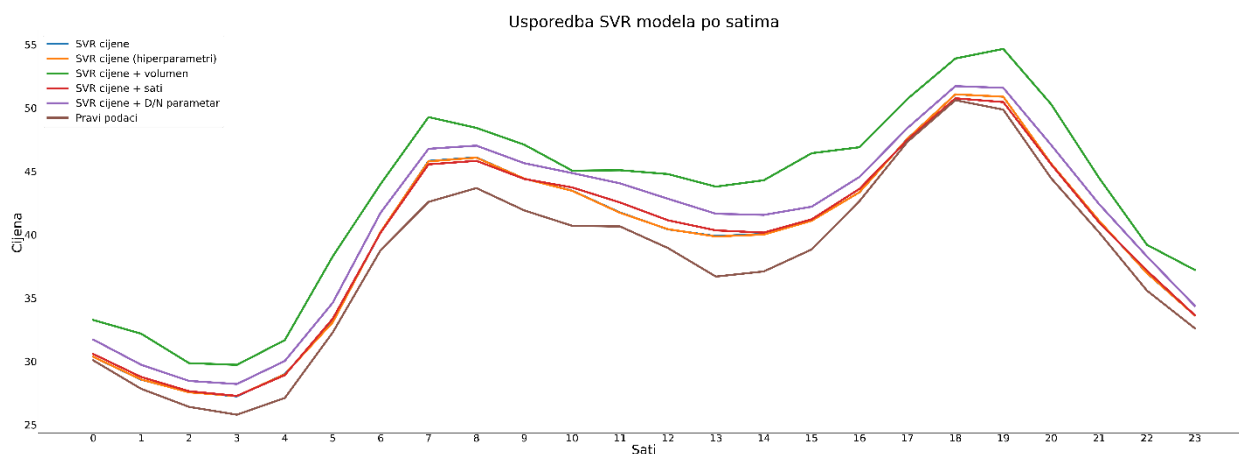


Figure 22: Usporedba SVR modela u prosječnim cijenama po satu

Graf (Figure 22) potvrđuje činjenicu da SVR model koji za ulaznu varijablu uzima volumen ima najlošije performanse od svih modela. Ostali modeli imaju relativno slične performanse iako model s hiperparametrima ipak u sitnoj mjeri nadmašuje ostale. Model koji za dodatnu ulaznu varijablu uzima binarne vrijednosti koje označavaju dnevne i noćne sate se očito nije pokazao učinkovitim što govori i metrika  $R^2$  koja iznosi 0.4752 što znači da cijena vezana uz dodatnu varijablu ima manji utjecaj na buduću cijenu nego kada bi ju koristili zasebno.

Table 3: Metrike SVR modela

	Naziv modela	MSE	RMSE	MAE	MAPE	R <sup>2</sup>
0	SVR cijene	111.8016	10.5736	7.0694	62.9196	0.6039
1	SVR hiperparametri	111.6962	10.5686	7.0662	63.1712	0.6042
2	SVR cijene + volumen	197.5786	14.0563	10.2978	117.7877	0.2999
3	SVR cijene + sat	118.8872	10.9035	7.3247	94.2967	0.5788
4	SVR cijene + D/N	148.1026	12.1697	8.4350	127.5608	0.4752

### 3.5.4 Zaključak o modelima

Nakon analize modela kroz grafove i pet različitih pokazatelja uspješnosti predviđanja može se zaključiti da postoje granice mogućnosti jednostavnih modela, linearne regresije i regresije potpornih vektora što najbolje pokazuje činjenica da regresijski modeli nisu pretjerano nadmašili jednostavne modele. Ono što je bitno primijetiti je da je za kvalitetnu analizu modela uvijek potrebno provjeriti više pokazatelja kako bi se dobila realna slika uspješnosti. Jednostavni modeli možda izgledaju jednako točni regresijskim modelima na grafu, ali se analizirajući dodatne metrike uviđa da imaju znatno veće postotne greške od dobrih regresijskih modela. Pogledom na tablicu na sljedećoj strani (Table 4) može se zaključiti da SVR model s dodatnim parametrima postiže najbolje rezultate uz najmanju apsolutnu grešku, drugu najmanju relativnu grešku te najveću R<sup>2</sup> vrijednost.

Table 4: Metrike svih modela

	Naziv modela	MSE	RMSE	MAE	MAPE	R <sup>2</sup>
0	10 day baseline model	138.5103	11.7690	8.2717	102.5559	0.5081
1	3 day baseline model	116.6867	10.8022	7.3334	91.4811	0.5856
2	3 day + dow baseline model	111.4340	10.5562	7.1387	94.3499	0.6042
3	LR cijene	115.4825	10.7463	7.2721	66.5402	0.5908
4	LR cijene + sat	118.8872	10.9035	7.3247	66.6679	0.5788
5	LR cijene + volumen	197.5786	14.0563	10.2978	60.5578	0.2999
6	SVR cijene	111.8016	10.5736	7.0694	62.9196	0.6039
7	SVR hiperparametri	111.6962	10.5686	7.0662	63.1712	0.6042
8	SVR cijene + volumen	197.5786	14.0563	10.2978	117.7877	0.2999
9	SVR cijene + sat	118.8872	10.9035	7.3247	94.2967	0.5788
10	SVR cijene + D/N	148.1026	12.1697	8.4350	127.5608	0.4752



## 4. Čimbenici koji utječu na cijenu električne energije u Hrvatskoj

Kako bi se definirali čimbenici koji utječu na cijenu električne energije u Hrvatskoj potrebno je podijeliti utjecaj na onaj u kratkom, srednjem i dugom roku. Neki čimbenici moći će se uvrstiti u više kategorija, a neki samo u jednu. U kratkog roku na cijene mogu utjecati neki faktori koji su bili spomenuti u ovom radu, na primjer noćni sati ili vikendi. Također jedan od kratkoročnih čimbenika mogu biti i vremenski uvjeti, no oni također imaju utjecaj i u srednjem roku (poznato je kada će biti toplije, a kada hladnije). Ti su faktori relativno predvidivi i većina aktera tržišta energija na njih već računa. Čimbenici koje je teže predvidjeti su oni dugog roka. Neki od njih su cijene obnovljivih izvora energije, političke odluke i regulacije, ratovi, deglobalizacija. Postoji nekoliko aktualnih primjera na kojima se može vidjeti utjecaj različitih faktora na cijenu energije.

Povećanje udjela obnovljivih izvora energije u proizvodnji električne energije može dovesti do pada cijena jer se time smanjuje potreba za konvencionalnim izvorima električne energije. Regulacije države ili Europske Unije mogu ograničiti tržišno natjecanje i time smanjiti ponudu električne energije što bi uzrokovalo rast cijena. Rat koji je Rusija pokrenula protiv Ukrajine i sankcije koje je ostatak svijeta odredio Rusiji odsjekle su bitan dio tržišta energije što se preslikalo u znatan rast cijena. Jedan primjer koji utječe na rast cijena električne energije u Republici Hrvatskoj je poslovanje Hrvatske elektroprivrede. Loše poslovanje HEP-a i konstantno zaduživanje moglo bi imati negativan utjecaj na hrvatsko tržište energije ako HEP dođe do bankrota ili ga preuzme netko od stranih investitora. S druge strane, Hrvatska ima potencijal za razvitak infrastrukture za obnovljive izvore čime bi se sigurno moglo utjecati na rast cijena energije no pitanje je što će se po tom pitanju napraviti.

## Zaključak

U ovome radu analizirani su povijesni podaci hrvatskog tržišta električne energije CROPEX, ustanovljena su određena pravila u kretanju cijena električne energije na dan unaprijed tržištu te su dana logična obrazloženja na ta pravila. Može se donijeti zaključak da postoji očita periodičnost u kretanju cijena na razini dana i tjedna. Cijene električne energije niže su vikendima, ali i u noćnim satima dok se vrhunac dnevnih cijena događa u intervalima od 7 do 10 te 17 do 20.

Predstavljene su metode strojnog učenja koje se mogu koristiti za razvoj modela za predviđanja na tržištima električne energije te analizirani modeli naučeni na podacima CROPEX tržišta. Uspoređivani su neki jednostavni modeli predviđanja s modelima linearne regresije i modela regresije potpornih vektora. Analizom su pokazalo da SVR radi kvalitetnija predviđanja zbog fleksibilnosti koju mu omogućuju dodatni parametri. Također je ustanovljeno da prijašnje cijene imaju najveći učinak na kretanje novih cijena te isto tako je opovrgnuta početna hipoteza u kojoj je rečeno da bi volumen kojim se trgovalo mogao imati utjecaj na cijenu koju će energija postići u danu predviđanja.

Na kraju su rada prezentirani neki čimbenici koji već utječu ili bi tek mogli utjecati na cijenu električne energije u Republici Hrvatskoj. Neki od njih su više prirodne naravi, a neki socijalne, no ono što je očito je da Hrvatska trenutno nema previše utjecaja na cijene električne energije osim utječnih subvencija od strane vlade kako bi se privremeno primirile cijene.

## Literatura

- [1] “CROPEX”; <https://www.cropex.hr/hr/>; [pristupljeno 4. lipnja 2023.]
- [2] “Cropex pravila Dan unaprijed trgovanja”; Poveznica:  
[https://www.cropex.hr/images/2a\\_Pravila\\_Dan\\_unaprijed\\_tr%C5%BEi%C5%A1ta\\_-\\_7.12.pdf](https://www.cropex.hr/images/2a_Pravila_Dan_unaprijed_tr%C5%BEi%C5%A1ta_-_7.12.pdf); [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [3] Nedić, A. (2021, November 17). *Korelacija između potrošnje električne energije i cijene na dan unaprijed tržištu | Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek*. Korelacija Između Potrošnje Električne Energije I Cijene Na Dan Unaprijed Tržištu | Fakultet Elektrotehnike, Računarstva I Informacijskih Tehnologija Osijek.  
<https://repozitorij.etfos.hr/islandora/object/etfos:3137> ; [pristupljeno 4. lipnja 2023.]
- [4] “Python”; <https://www.python.org/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [5] “Jupyter Notebook”; <https://jupyter.org/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [6] “Visual Studio Code”; <https://code.visualstudio.com/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [7] “Matplotlib”; <https://matplotlib.org/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [8] “Datetime – Basic date and time types”;  
<https://docs.python.org/3/library/datetime.html>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [9] “Pandas”; <https://pandas.pydata.org/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [10] “NumPy”; <https://numpy.org/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [11] “What is the Mean Absolute Error?”; <https://deepchecks.com/glossary/mean-absolute-error/>; [pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [12] “Mean Squared Error”; <https://www.britannica.com/science/mean-squared-error>;  
[pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [13] “Coefficient of Determination, R-squared”;  
<https://www.ncl.ac.uk/webtemplate/ask-assets/external/maths->

[resources/statistics/regression-and-correlation/coefficient-of-determination-r-squared.html](#); [pristupljeno 3. lipnja 2023.]

- [14] “What Is MAPE? A Guide to Mean Absolute Percentage Error“;  
<https://www.indeed.com/career-advice/career-development/what-is-mape>;  
[pristupljeno 3. lipnja 2023.]
- [15] Alakh Sethi, ”Support Vector Regression Tutorial for Machine Learning”, 27. ožujak 2020.; <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2020/03/support-vector-regression-tutorial-for-machine-learning/>; [pristupljeno 6. lipnja 2023.]
- [16] Kavita Mali, “Everything you need to Know about Linear Regression!”, 4. listopad 2021. ; <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2021/10/everything-you-need-to-know-about-linear-regression/>; [pristupljeno 6. lipnja 2023.]

## Sažetak

Predviđanje cijena energije od može stvoriti dodatnu vrijednost za aktere na modernim tržištima energije. Jedna od najčešće korištenih tehnologija za stvaranje predikcija tržišta je strojno učenje. U ovom su radu analizirane povijesne cijene hrvatskoga tržišta električne energije CROPEX, prezentirano je nekoliko modela za predviđanje cijena na dan-unaprijed tržištu koristeći metode strojnog učenja te je na kraju pružen kratak uvid u čimbenike koji utječu na cijene električne energije u Hrvatskoj.

## Summary

Forecasting energy prices can create additional value for actors in modern energy markets. One of the most commonly used technologies for creating market predictions is machine learning. This paper analyzes the historical prices of the Croatian electricity market CROPEX, presents several forecast models which were developed using the machine learning methods in order to forecasting prices on the day-ahead market, and at the end provides a brief insight into the factors that influence electricity prices in Croatia.